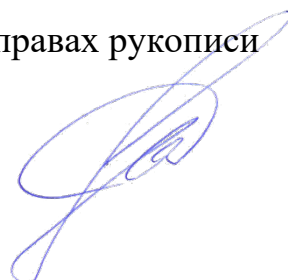


АО «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ
КОМПЛЕКСОВ ИМ. М. А. КАРЦЕВА»

На правах рукописи



КАЛИНИН МАКСИМ ЮРЬЕВИЧ

**МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ КЛАССИФИКАЦИИ
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ С МНОГОМЕРНЫМИ
ВЕРОЯТНОСТНЫМИ СВОЙСТВАМИ**

2.3.1. «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук
Мутин Денис Игоревич

Москва — 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ И МЕТОДОВ ИХ КЛАССИФИКАЦИИ	13
1.1. Постановка задачи исследований	13
1.2. Информационные сигналы и задачи их классификации	15
1.3. Математические модели информационных сигналов	20
1.4. Марковская модель информационного сигнала	25
1.5. Структура проводимых исследований	38
1.6. Выводы по первой главе	40
2. МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ	42
2.1. Формирование простой марковской модели	42
2.2. Формирование двухсвязной марковской модели	49
2.3. Примеры марковских моделей информационных сигналов и их информационные характеристики	54
2.4. Формирование моделей классов	70
2.5. Выводы по второй главе	72
3. АЛГОРИТМ КЛАССИФИКАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ИХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ	74
3.1. Апостериорные вероятности классов	74
3.2. Алгоритм классификации	78
3.3. Свойства решающих статистик	84
3.4. Выводы по третьей главе	109
4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АЛГОРИТМОВ КЛАССИФИКАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ	111
4.1. Структура программного обеспечения	111
4.2. Обучение алгоритма классификации	112
4.3. Программное обеспечение процедуры классификации	119

4.4. Программа классификации информационных сигналов	130
4.5. Программа анализа ритмограмм	137
4.6. Выводы по четвертой главе	144
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	146
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	149
ПРИЛОЖЕНИЕ А Программа моделирования процедуры обучения.....	159
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акты внедрения.....	161

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Информационные сигналы возникают в различных областях человеческой деятельности, например, при обмене сообщениями, контроле и диагностике состояния технических объектов и окружающей среды, в медицинских исследованиях. Одной из актуальных задач является выявление и идентификация информационных сигналов с целью последующей классификации состояний рассматриваемых объектов, (устройств, технических систем, сердечно-сосудистой системы человека и т.д.).

Необходимость классификации сигналов возникает в различных областях науки, техники и медицины. Работа авиационного двигателя или турбины электростанции порождает вибрации, которые с помощью датчиков преобразуются в электрические сигналы, по которым можно принимать решения о состоянии контролируемого устройства (например, нормальное, предаварийное и авария). Изучение кардиографических сигналов (кардиограмм) дает возможность выявлять состояние сердечно-сосудистой системы человека (норма, патология). В радиотехнической разведке по принимаемым сигналам можно определять их свойства (например, вид модуляции).

В математике и технической кибернетике аналогичные общие задачи решаются в теории распознавания образов, в том числе на основе обучаемых нейронных сетей. Случайные сигналы изучаются в теории вероятностей и теории случайных процессов. Процедуры обучения и самообучения технических систем изучаются, например, в системах искусственного интеллекта. Подобные задачи классификации рассматриваются в теории многомерной статистической классификации, кластерного и факторного анализа.

Марковские одномерные и двухсвязные модели случайных процессов обладают широкой универсальностью, гибкостью и удобны для использования в задаче классификации.

Известные подходы к задаче классификации случайных процессов на основе простых (например, гауссовских) или специализированных (Релея, Накагами и др.) математических моделей не позволяют обеспечить достоверное различение классов, особенно в условиях априорной неопределенности в статистических свойствах сигналов. Марковские модели лишены указанных недостатков, они имеют большое число независимых параметров (элементов матрицы переходных вероятностей) и моделируют случайные процессы с произвольными двумерными и трехмерными плотностями вероятностей.

В математике и технической кибернетике аналогичные общие задачи решаются в теории распознавания образов [1—10], в том числе на основе обучаемых нейронных сетей [11, 12]. В технических системах информационные сигналы чаще всего представляют собой дискретные или непрерывные случайные процессы с определенными свойствами, которые чаще всего не известны и устанавливаются в процессе обучения алгоритма классификации. Случайные сигналы изучаются в теории вероятностей [13—21] и теории случайных процессов [22—25]. Марковская модель случайного процесса [26, 27] обладает широкой универсальностью, гибкостью и удобна для использования в задаче классификации сигналов, она используется для описания двумерных случайных процессов с различными граничными условиями [28, 29].

Оптимальный алгоритм классификации формируется на основе байесовского подхода по критерию максимальной апостериорной вероятности [18—20] и предполагает формирование матриц переходных вероятностей классов в процессе обучения по классифицированным выборкам отсчетов сигналов. Процедуры обучения и самообучения технических систем рассматриваются, например, в системах искусственного интеллекта [30—33].

Подобные задачи классификации рассматриваются в теории многомерной статистической классификации, кластерного и факторного анализа [38—44].

Одной из проблем в исследовании сигналов и методов их обработки является моделирование и имитация случайных сигналов с заданными вероятностными

свойствами [81—89]. Эти задачи могут решаться программно [78—80] в моделирующих программных системах [81, 82, 87] или аппаратно [85, 86] при проведении экспериментальных работ с устройствами обработки сигналов в реальном времени. В этой области актуальной является разработка универсальных имитаторов с высокими быстродействием и точностью обеспечения заданных вероятностных характеристик.

В рамках проводимых исследований особый интерес представляют алгоритмы имитации случайных сигналов на основе их марковских моделей [86, 88]. Алгоритмы имитации случайных сигналов на основе их марковских моделей позволяют с высокой скоростью и точностью формировать потоки случайных чисел с произвольной заданной двумерной или трехмерной плотностью вероятностей, которые целесообразно использовать для исследования и отладки алгоритмов классификации случайных процессов.

Эффективным инструментом для исследования алгоритмов классификации случайных сигналов является широко используемое и в других областях науки и техники статистическое имитационное моделирование [81—84, 87].

В отечественной и зарубежной математической и технической литературе применение многомерных марковских моделей случайных процессов в задачах классификации информационных сигналов рассмотрено недостаточно, что связано с громоздкостью их матричного описания. В работе эта проблема преодолевается за счет полученного в результате исследований эффективного с вычислительной точки зрения алгоритма обработки отсчетов сигнала и формирования на этой основе классификационных решений.

Актуальность исследования обосновывается необходимостью разработки и исследования новых эффективных (оптимальных по критерию максимальной апостериорной вероятности) алгоритмов классификации случайных процессов на основе их марковских моделей.

Работа выполнена в соответствии с научным направлением разработки математического обеспечения классификации состояний рассматриваемых объектов.

Степень разработанности темы. Фундаментальными исследованиями в теории распознавания образов посвящены работы Ю.И. Неймарка, В.Н. Фомина, С. Хайкина, У. Гренандера, Э. Патрика, К. Фукунаги, в теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов Е.С. Вентцеля, И.И. Гихмана, Е.Б. Дынкина, В.А. Казакова, В.С. Пугачева, А.В. Скорохода, в области факторного, дискриминантного и кластерного анализа И.Д. Мандела, Б. Дюрана, Дж.-О. Кима, П. Оделла, Г. Хармана и др. Исследованиям в области теории сигналов и их обработки посвящены работы Б.Р. Левина, А.Б. Сергиенко, Л.М. Финка, Э. Айфичера, Б. Джервиса, Р. Лайонса, Л. Френкса, фундаментальные результаты в теории информации получены в трудах Б.Д. Кудряшова, Р. Галагера, Я. Кёрнера, С. Кульбака, И. Чисара, в теории обучающихся систем М.Б. Беркинблита, С.И. Николенко, А.Л. Тулупьева, Э.Г. Барто, Р.С. Саттона, С. Симрнза, Б. Уидроу.

Задача классификации случайных сигналов в различных вариантах касается всех указанных направлений исследований и рассматривается либо применительно к специализированным моделям (например, для моделей узкополосных сигналов в радиотехнических алгоритмах их различения), либо к достаточно общим моделям (например, в теории распознавания образов), что приводит к сложным и трудно реализуемым вычислительным алгоритмам формирования решения.

Вопросы разработки оптимальных по критерию максимальной апостериорной вероятности алгоритмов классификации информационных сигналов на основе их марковских моделей рассмотрены недостаточно и имеют существенные отличия от известных исследований. Предлагается разработка односвязной и двухсвязной марковских моделей случайного сигнала для формирования моделей классов, обучаемых алгоритмов классификации сигнала и имитации случайных сигналов с заданными двумерными и трехмерными вероятностными свойствами. Для исследования свойств алгоритмов классификации предлагается использование теории марковских процессов, математической статистики и теории информации.

Объектом исследования является случайный информационный сигнал и процедура принятия решения о его принадлежности к одному из классов, связанных с состоянием рассматриваемой системы.

Предметом исследования являются математические модели случайных процессов, алгоритмы классификации информационных сигналов, процедуры их обучения, алгоритмы имитации случайных сигналов с заданными вероятностными свойствами.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных задач используются методы теории вероятности, математической статистики, марковских случайных процессов, теория распознавания образов, статистическая теория принятия решений, теория самообучающихся технических систем, теории информации. Общей методологической основой является системный подход.

Цель и задачи исследования. Разработка, исследование и моделирование универсальных и эффективных методов и алгоритмов классификации случайных сигналов является актуальной задачей при проектировании автоматизированных процедур обработки информационных сигналов для выявления, прогнозирования и контроля состояния порождающих их объектов различной физической природы.

Целью диссертационного исследования является разработка на основе простой и двухсвязной марковской модели случайных процессов алгоритмов классификации информационных сигналов, необходимого для этого программного обеспечения и алгоритмов имитации случайных сигналов с заданными многомерными вероятностными свойствами.

Для достижения поставленной цели решены следующие частные научные задачи:

- 1) анализ проблем построения и разработка многомерных марковских моделей потоков данных, максимизирующих апостериорные вероятности принимаемых решений при динамической идентификации потоков данных;
- 2) разработка алгоритма формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами на основе многомерных марковских моделей;
- 3) разработка и исследование алгоритма классификации потоков данных для системы машинного обучения;
- 4) построение системы классификации потоков данных с заданной достоверностью.

Научная задача состоит в разработке и исследовании алгоритмов классификации информационных сигналов и их имитации на основе двумерных и трехмерных марковских моделей.

Научная новизна. В диссертации получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной:

двухмерные и трехмерные марковские модели потоков данных, отличающиеся максимизацией апостериорных вероятностей принимаемых решений и обеспечивающие динамическую идентификацию потоков данных;

алгоритм формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами, отличающийся возможностью получения потока данных с произвольным двумерным распределением вероятностей, определяемым соответствующей марковской моделью, и позволяющий формировать обучающие выборки для систем машинного обучения;

алгоритм классификации потоков данных для системы машинного обучения, основанный на формировании решающих статистик, получаемых с помощью марковских моделей потоков данных, обеспечивающий максимум отношения правдоподобия;

архитектура системы классификации потоков данных, отличающаяся интеграцией модуля генерации потоков данных с заданными вероятностными свойствами в подсистему обработки потоков данных и обеспечивающая классификацию сигналов по поступающей выборке отсчетов с заданной достоверностью.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что новые предлагаемые методы формирования моделей дискретизированных случайных сигналов и разработанные алгоритмы классификации потоков данных, основанные на односвязных и двухсвязных цепях Маркова, могут быть применены при формировании теоретических и экспериментальных моделей информационных сигналов и для разработки программных комплексов их классификации.

Практическая значимость работы заключается в повышении достоверности принимаемых решений по выявлению, идентификации и классификации ин-

формационных сигналов, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Разработан комплекс программ, позволяющий осуществлять классификацию информационных сигналов (на примере радиосигналов). Предложены рекомендации по исследованию ритмограмм для решения задачи классификации состояний сердечно-сосудистой системы пациента.

Положения, выносимые на защиту:

1) многомерные марковские модели потоков данных для систем машинного обучения позволяют повысить достоверность принимаемых решений и обеспечить динамическую идентификацию потоков данных;

2) алгоритм формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами обеспечивает формирование потока данных с произвольным двумерным и трехмерным распределением вероятностей на основе марковской модели и обучающих выборок для систем машинного обучения;

3) алгоритм классификации потоков данных для системы машинного обучения на основе решающих статистик, получаемых с помощью марковских моделей потоков данных, позволяет повысить достоверность принимаемых решений;

4) архитектура системы классификации потоков данных с интеграцией модуля генерации потоков данных с заданными вероятностными свойствами позволяет выполнять «обучение с учителем» для формирования моделей классов.

Достоверность результатов подтверждается использованием при разработке моделей известных математических методов, результатами вычислительных экспериментов и статистического имитационного моделирования.

Соответствие паспорту специальности. Содержание диссертации соответствует п. 3 «Разработка критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта», п. 4 «Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта», п. 5 «Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем ана-

лиза, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта» паспорта специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика.

Апробация результатов. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: Международная научно-практическая конференция «Общественная безопасность, законность и правопорядок в III тысячелетии» (Воронеж, 2016 г.); Международная научно-практическая конференция «Интеллектуальные информационные системы» (2016 г.); Международная научно-практическая конференция «Охрана, безопасность, связь» (Воронеж, 2017 г., 2018 г.); Международная научно-практическая конференция «Измерения: состояние и перспективы развития» (Челябинск 2017 г.), Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (Воронеж 2020 г.).

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты диссертации использованы в опытно-конструкторской работе «Изумруд», выполненной РУНЦ «Безопасность» Московского государственного технического университета им Н.Э. Баумана, внедрены в практическую деятельность по работе с программно-аппаратными комплексами мониторинга информации ООО «КАСКАД» (г. Москва), а также в учебный процесс направлений подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника по дисциплине «Теория информационных процессов и систем» и направления 09.04.01 Информатика и вычислительная техника по дисциплине «Беспроводные сетевые технологии» Воронежского института высоких технологий - автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 20 печатных работ, в том числе 7 статей опубликовано в изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России, 4 статьи в изданиях, индексируемых в Scopus, разработаны 2 программы для ЭВМ, зарегистрированные в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, получен 1 патент на изобретение РФ.

В работах, опубликованных в соавторстве, лично соискателем предложены: в [85 109, 110] – математическое представление потоков данных для формирования двумерных и трехмерных марковских моделей; в [88, 103, 104] – алгоритм формирования отсчетов случайного процесса при заданной функции распределения вероятностей; в [89] – алгоритм формирования эталонных потоков данных; в [100] – процедура интеграции имитатора потока данных в подсистему классификации; в [101] – структура цифрового имитатора; в [102, 106] – алгоритм формирования решения с требуемой достоверностью по полученным решающим статистикам; в [105] – подходы к выбору статистических характеристик; в [107] – структурная схема демодулятора; в [111] – использование комбинационных подходов для формирования двумерной плотности вероятности; в [112] – оптимальный алгоритм классификации потоков данных; в [113] – архитектура системы классификации потоков данных.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 113 наименований и двух приложений. Работа изложена на 163 страницах машинописного текста (основной текст занимает 158 страниц, содержит 114 рисунков, 9 таблиц, 2 приложения).

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ И МЕТОДОВ ИХ КЛАССИФИКАЦИИ

1.1. Постановка задачи исследований

В различных областях науки и техники возникает необходимость выявления состояния наблюдаемого объекта по поступающим от него случайным сигналам. Это могут быть сигналы от датчиков технического объекта, сигналы от источников радиоизлучения, от аппаратуры контроля состояния пациента в медицинских учреждениях и т.д. Каждое из возможных состояний порождает информационные случайные сигналы, принадлежащие к соответствующему классу, определяемому их статистическими свойствами (различными законами распределения вероятностей и их параметрами).

Для постановки и решения задачи классификации сигналов (определения принадлежности наблюдаемых случайных информационных сигналов одному из выбранных классов) необходимо:

- выбрать достаточно универсальную модель случайного процесса, способную описать вероятностные свойства разнообразных теоретических и экспериментальных случайных процессов (настраиваться на наблюдаемые сигналы);
- исследовать свойства выбранной модели, а также разработать программные и аппаратные методы имитации соответствующих сигналов;
- сформировать методы формирования моделей классов;
- разработать алгоритмы классификации сигналов, оптимальные по критерию максимальной апостериорной вероятности принимаемого решения и способные к обучению по поступающим от объекта реализациям сигналов;

- разработать программное обеспечение, реализующее предложенные алгоритмы обработки сигналов.

Проблемы анализа, моделирования и классификации случайных процессов в различных вариантах рассматриваются в теории распознавания образов [1-9], факторного, дискриминантного и кластерного анализа [10, 38-44]. Согласно [1], задача распознавания образов состоит из двух частей: выбора информативных признаков и проектирования классификатора. Выбрав достаточно универсальную модель классифицируемых сигналов, можно объединить эти задачи, и разработать алгоритм классификации (байесовский классификатор [1]), который является оптимальным в смысле минимизации ошибочных решений. Разработаны общие подходы к решению задач классификации на основе распространенных статистических мер сходства (например, коэффициента корреляции) [7-10, 38], однако они отличаются низкой чувствительностью к изменению тонких (многомерных) вероятностных свойств сигналов.

В теории вероятностей [13-21] и случайных процессов [22-27] предлагаются различные модели случайных процессов, из которых в задаче классификации наибольший интерес представляют простые и многосвязные цепи Маркова [26, 27], обладающие большим числом параметров, которые могут настраиваться на вероятностные свойства моделируемых сигналов. В литературе недостаточно рассматриваются вопросы использования многомерных марковских моделей для реализации алгоритмов классификации случайных информационных сигналов и оптимизации этих алгоритмов в рамках теории статистических решений [62, 63, 68, 72].

Вопросы обучения алгоритмов и технических систем с достаточно общих позиций исследуются в [30-33, 76, 77], но в них отсутствуют результаты исследований обучения алгоритмов классификации случайных процессов, в том числе и применительно к их марковским моделям.

Широко развиты исследования в области теории сигналов и алгоритмов их цифровой обработки, в том числе с помощью численных методов [45-56]. Результаты, полученные в теории информации на основе энтропийных представлений

[65-69], могут использоваться для анализа свойств алгоритмов классификации сигналов.

Задача классификации случайных процессов в различных вариантах касается всех указанных направлений исследований и рассматривается либо применительно к специализированным моделям сигналов (например, для моделей узкополосных сигналов в радиотехнических алгоритмах их различения), либо к достаточно общим моделям (например, в теории распознавания образов), что приводит к сложным и трудно реализуемым вычислительным алгоритмам формирования решения. С этой точки зрения основной задачей исследований является разработка простых и эффективных алгоритмов классификации сигналов, требующих приемлемых вычислительных затрат.

При исследовании процедур обработки сигналов возникает необходимость их моделирования и программной или аппаратной их имитации. Известные результаты [80-84] не позволяют формировать отсчеты сигналов по заданной многомерной марковской модели и необходимы соответствующие исследования.

1.2. Информационные сигналы и задачи их классификации

Объектом исследования являются информационный сигнал и процедура принятия решения о его принадлежности к одному из классов, связанных с состоянием рассматриваемой системы.

Информационный сигнал — это физический процесс, имеющий информационное значение и представляющий собой меняющуюся во времени физическую величину (электрическое напряжение, вибрацию механической системы, период сердечных сокращений в кардиологии и т.д.). Он может быть непрерывным (аналоговым) или дискретным (квантованным) по времени и уровню. Значения информаци-

онного сигнала случайны, но в его составе может присутствовать детерминированная компонента [60, 62, 63].

Аналоговый случайный процесс порождается непрерывно функционирующими источниками. В настоящее время их обработка предполагает дискретизацию по времени и квантования по уровню с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП), при этом в соответствии с теоремой Котельникова [62, 63] формируются дискретные отсчеты сигнала, передаваемые в цифровые устройства.

Случайный процесс может быть широкополосным (например, речевой сигнал с выхода микрофона, телевизионный видеосигнал и др.) или узкополосным (радиосигнал, вибрации) [45, 60]. При изучении сейсмических процессов [57] рассматривают временные диаграммы аналоговых записей датчиков. Они имеют вид случайных низкочастотных колебаний в полосе частот единицы — сотни герц.

Узкополосный высокочастотный случайный процесс можно описать выражением

$$s(t) = S(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \psi(t)) = A(t) \cos(2\pi f_0 t) + B(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (1.1)$$

где $S(t)$ амплитуда, f_0 — несущая частота, $\psi(t)$ начальная фаза сигнала, $A(t)$ и $B(t)$ — амплитуды его синфазной и квадратурной составляющих [62, 63].

Случайный процесс $x(t)$ может быть смесью полезного сигнала $s(t)$ и шума (помехи) $n(t)$, например в виде

$$x(t) = s(t) + n(t). \quad (1.2)$$

Простейшей моделью шума является нормальный случайный процесс (тепловой шум аппаратуры), однако на практике имеют место и другие виды негауссовских помех.

На рисунке 1.1 показан пример временной реализации узкополосного случайного процесса.

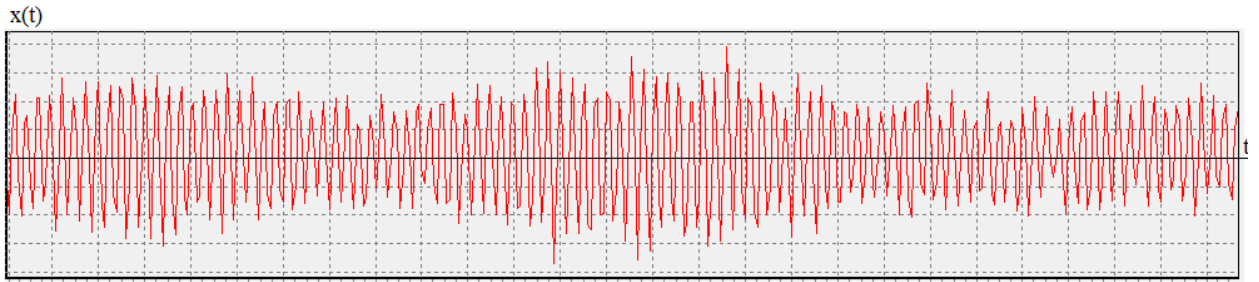


Рисунок 1.1. Временная реализация узкополосного случайного процесса

При квадратурной обработке узкополосного сигнала выделяются две его составляющих — синфазная и квадратурная (1.1) [62, 63]. Квадратурные сигналы, представляемые комплексными числами, широко используются в различных областях науки и техники [47, 48] и представляются комплексными функциями в виде

$$\dot{x}(t) = x_c(t) + jx_{\text{KB}}(t), \quad (1.3)$$

где $x_c(t)$ и $x_{\text{KB}}(t)$ — синфазная и квадратурная составляющие узкополосного сигнала, $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица.

В аппаратуре цифровой обработки может проводиться преобразование высокочастотного узкополосного комплексного сигнала $\dot{x}(t)$ на нулевую несущую частоту с помощью DOWN-конвертера, при этом выделяются амплитуды квадратурных составляющих, пример реализации которых показан на рисунке 1.2. Это уже низкочастотные широкополосные случайные процессы.

Случайный процесс может быть изначально дискретным и представлять собой последовательность случайных чисел, он не нуждается во временной дискретизации, но может требоваться квантование его значений. Примером может служить последовательность случайно меняющихся периодов T_n колебаний (кардиосигналов, вибрационных процессов и др.), или из изменений ΔT_n , n — номер колебания, соответствующие диаграммы показаны на рис. 1.3.

Для статистического описания разнообразных по свойствам и физической природе информационных случайных сигналов в задачах их моделирования, имитации и классификации необходимо использовать универсальные вероятностные модели.

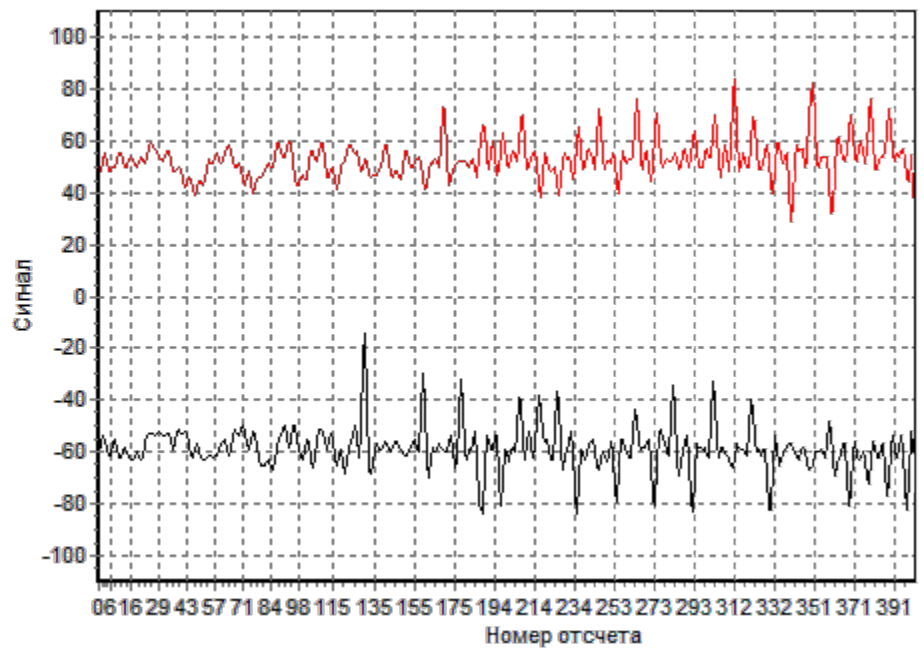


Рисунок 1.2. Сигналы квадратурных каналов

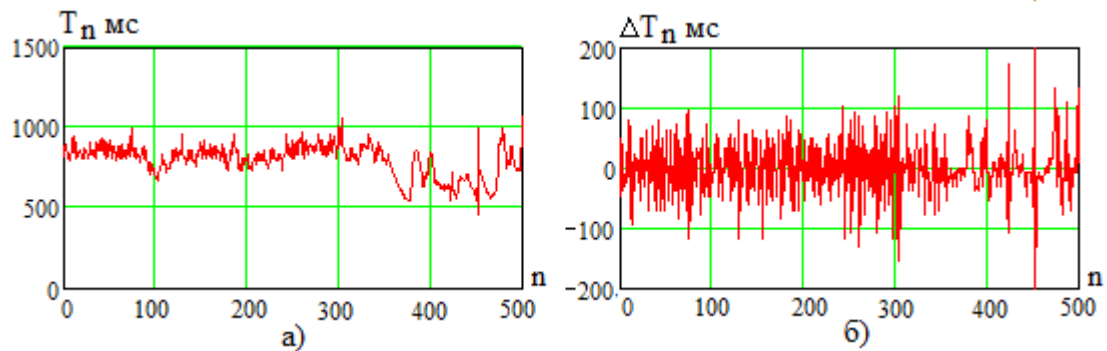


Рисунок 1.3. Последовательности случайных чисел

Наблюдаемый объект, находящийся в одном из выявляемых состояний, порождает случайный информационный сигнал (случайный процесс) $x(t)$. По своим статистическим характеристикам $x(t)$ принадлежит одному из возможных классов случайных процессов Ω_k , $k = \overline{1, K}$, K — число классов, каждый из которых соответствует состоянию объекта.

Задача классификации поступающего сигнала $x(t)$ заключается в установлении его принадлежности одному из классов Ω_k , на основании чего можно определить текущее состояние объекта. Для формирования решения о принадлежности сигнала классу Ω_k необходимо определить решающую статистику L_k , в общем

случае определяемую статистическими свойствами сигнала и класса. Решение формируется сравнительным анализом решающих статистик для различных классов.

Можно выделить две группы алгоритмов классификации: алгоритмы прямого сравнения решающих статистик с порогами и алгоритмы относительного сравнения их между собой.

Алгоритм прямого сравнения предполагает вычисление по принимаемому сигналу $x(t)$ одной решающей статистики L и сравнение ее с верхними γ_{Bk} и нижними γ_{Hk} порогами для каждого k -го класса. Например, может вычисляться оценка среднеквадратического значения σ поступающего сигнала и приниматься решение о его принадлежности классу Ω_k , если выполняется неравенство

$$\gamma_{Hk} \leq \sigma < \gamma_{Bk}. \quad (1.4)$$

Величина σ характеризует вариабельность сигнала. Пороги в (1.5) задают границы классов и должны быть заранее определены исходя из теоретических или экспериментальных исследований границ классов. При изменении свойств датчика сигнала необходима коррекция порогов. Все это затрудняет использование алгоритмов прямого сравнения.

Алгоритмы относительного сравнения предполагают вычисление решающих статистик L_k , $k = \overline{1, K}$, которые определяются сигналом $x(t)$ и параметрами модели класса Ω_k , с последующим выбором их минимального (или максимального) значения и формированием решения о принадлежности сигнала соответствующему классу. В этом случае отсутствует необходимость использования порогов.

Задачи классификации решаются в различных областях науки и техники. В области многомерного статистического анализа [39] классификация заключается в разбиении системы из большого числа объектов на однородные группы с целью исследования внутренней структуры этой системы и выявления классов сходных между собой объектов. Методы кластерного и факторного анализа [40 — 44] позволяют разбить изучаемую совокупность объектов на однородные группы — кластеры или классы.

Наибольшее распространение получили два подхода к задаче классификации: эвристический, основанный на теоретических соображениях о формировании классов, и оптимизационный на основе заданного критерия оптимальности.

В процедуре классификации принимаемый сигнал сравнивается с «центром» (центроидом, типичным представителем [1—10]) класса в выбранной метрике и выбирается ближайший к сигналу класс. При сложной конфигурации классов таких центров может быть несколько.

В дискриминантном и кластерном анализе классификация объектов приводится по признакам — многомерным данным, позволяющим сравнивать объект с центром класса. В этом случае одной из задач классификации является сокращение размерности вектора признаков и выделение из них наиболее информативных.

В задаче классификации многомерных информационных сигналов вектор признаков отсутствует и необходимо разработать собственную методику формирования классов и решения о принадлежности к ним наблюдаемого сигнала. При этом важнейшим шагом является выбор модели классифицируемых сигналов

1.3. Математические модели информационных сигналов

Предметом исследования являются математические модели информационных сигналов, алгоритмы их моделирования и классификации.

Сигнал $x(t)$ является функцией времени, которая в ряде случаев непрерывна, но может быть и дискретной в виде последовательности отсчетов АЦП или случайных чисел. При регистрации и обработке сигнала в современных цифровых вычислительных системах непрерывные сигналы дискретизируются по времени — преобразуются в последовательности отсчетов $x_n = x(t_n)$ в дискретные моменты времени t_n , n — номер отсчета. Дискретизация осуществляется с постоянным шагом

$\Delta t = t_n - t_{n-1}$, величину $f_D = 1/\Delta t$ называют частотой дискретизации [59]. Совокупность отсчетов x_n , $n = \overline{1, N}$, называют выборкой объема N . На рисунке 1.4, а показан фрагмент смеси гармонического сигнала с аддитивным широкополосным шумом, частота дискретизации равна удвоенной несущей частоте, точками отмечены отсчеты x_n .

На рисунке 1.4, б показан фрагмент случайной числовой последовательности, по оси абсцисс откладывается номер отсчета, а не текущее время.

В процессе обработки сигнал квантуется по уровню, при этом его отсчеты принимают дискретные значения, которые обычно отображаются целыми числами или номерами уровней квантования.

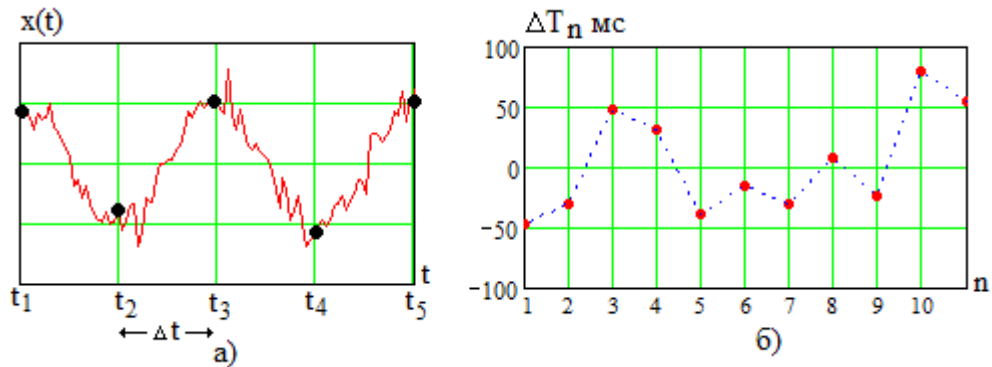


Рисунок 1.4. Дискретизированные сигналы

Применительно к случайной числовой последовательности вида рис. 1.4, б будем дискретизировать ее отсчеты $x_n = \Delta T_n$ в миллисекундах в области от -244 мс до 252 мс на $M = 2^6 = 64$ интервала по 8 мс. Интервалу присваивается номер i , если выполняется неравенство

$$8(i-1) - 252 \leq x_n < 8i - 252. \quad (1.5)$$

В результате отсчетам x_n присваиваются целочисленные значения z_n от 1 до 64 и формируется дискретный случайный процесс. Фрагмент процесса ΔT_n показан на рисунке 1.5, а, а результаты z_n ее квантования по уровню приведены на рисунке 1.5, б. Значению $z_n=32$ соответствует интервал ΔT_n в окрестности нуля от -4 мс до 4 мс.

Уменьшение числа уровней квантования сигнала упрощает его описание ценой снижения точности.

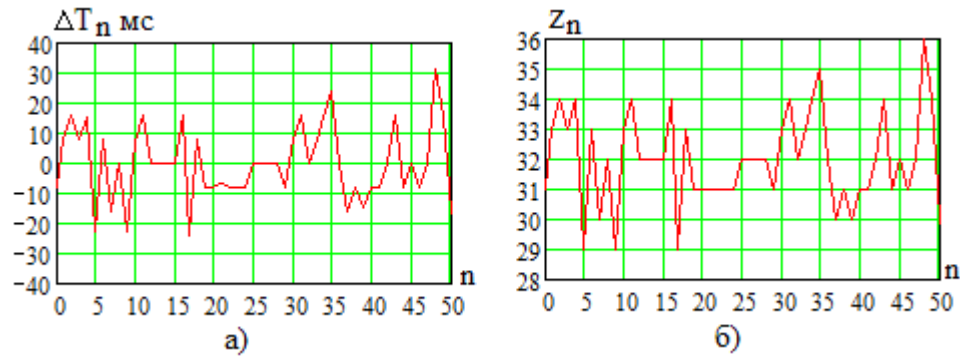


Рисунок 1.5. Дискретные сигналы

Вопросы дискретизации информационных сигналов глубоко рассматриваются в литературе по их цифровой обработке [47—55] в радиотехнике, при обработке изображений [56], характеристики аналого-цифровых преобразователей описаны, например, в [59].

Дискретизированные по времени и квантованные по уровню случайные процессы в общем случае описываются многомерными распределениями вероятностей дискретных случайных величин [18—21].

Одномерное распределение вероятностей [18, 19] (полигон вероятностей) имеет вид $P(x_n) = P(x, t_n) = P_i$, n — номер отсчета (соответствующего ему момента времени t_n), i — номер интервала квантования сигнала по уровню. На рисунке 1.6, а показан пример биномиального распределения вероятностей вида

$$P_i = \binom{M-1}{i} q^i (1-q)^{M-i-1}, \quad (1.6)$$

при $M = 32$ и $q = 0,5$, $i = \overline{0, (M-1)}$. Функция распределения случайной величины равна

$$F_i = \sum_{k=0}^i P_k, \quad (1.7)$$

и для биномиального распределения вероятностей имеет вид, представленный на рисунке 1.6, б.

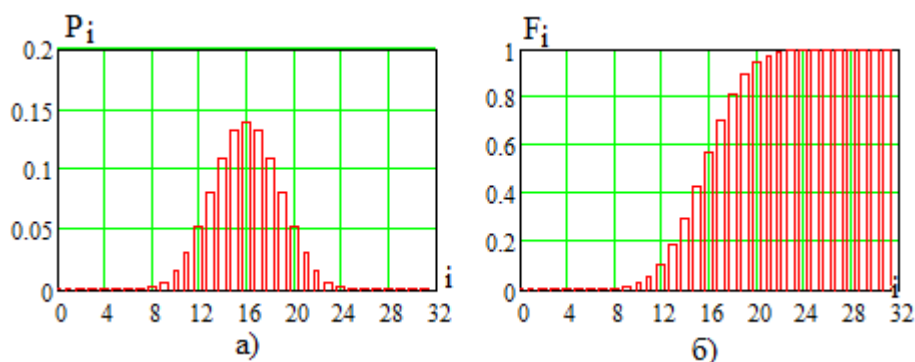


Рисунок 1.6. Биномиальное распределение вероятностей

Одномерное распределение вероятностей характеризует статистические свойства случайных значений отсчетов сигнала в заданный момент времени, но не отражает их изменение в соседних и более отдаленных тактовых интервалах. Более содержательным является описание (моделирование) случайных процессов с помощью многомерных распределений вероятностей. Двумерный вариант такого описания имеет вид $P(x_1, t_1, x_2, t_2)$, а трехмерный соответственно $P(x_1, t_1, x_2, t_2, x_3, t_3)$. Распределения вероятностей более высокой размерности практически не используются из-за их громоздкости.

В математике используются различные законы распределения вероятностей, которые вытекают из математических расчетов (биномиальное и экспоненциальное распределения) или физического моделирования (нормальное распределение). Статистические свойства реальных сигналов многообразны, часто не соответствуют распространенным законам и их необходимо определять экспериментально по наблюдаемым реализациям методами математической статистики [19 — 21].

Помимо распределений вероятностей широко используются числовые характеристики случайных процессов (среднее значение, дисперсия, среднееквадратическое значение, коэффициент корреляции), однако они в силу их усредненности не отражают тонкую структуру статистических свойств сигналов и используются как вспомогательные характеристики модели.

Информационные сигналы рассматриваются, прежде всего, как детерминированные или случайные функции времени (процессы, временные диаграммы, ряды чисел) с соответствующим описанием.

В радиотехнике, медицине и других областях [45 — 47, 34 — 36] широко используется спектральный анализ сигналов, в котором сигнал представляется суммой гармонических колебаний (гармоник). Для вычисления спектров амплитуд и фаз по выборке отсчетов сигнала используются алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ). Пример спектра амплитуд узкополосного случайного сигнала показан на рисунке 1.7.

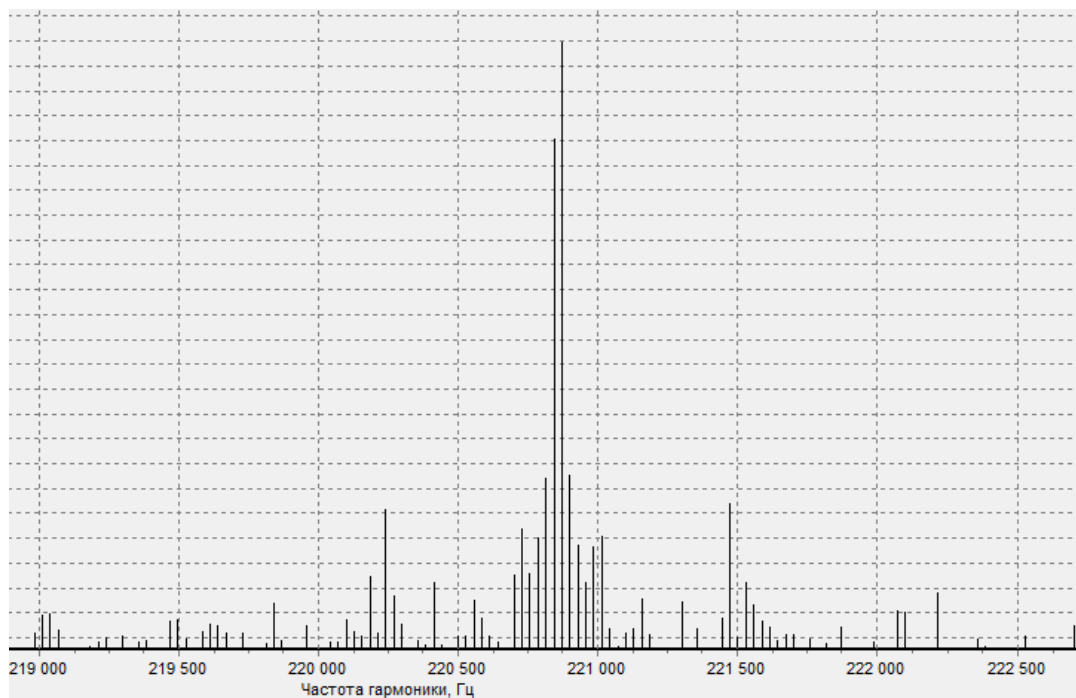


Рисунок 1.7. Спектр амплитуд радиосигнала

Спектры сигналов весьма разнообразны, отличаются сложностью структуры. На практике в задачах классификации используются лишь обобщенные характеристики спектра амплитуд в виде суммарной мощности гармоник в заданных полосах частот. Анализ тонкой структуры спектров сигнала практически не проводится. Корреляционный анализ сигналов также широко используется в радиотехнике [47, 62] и медицине [34, 35]. Автокорреляционная функция, коэффициент корреляции отражают статистические взаимосвязи соседних отсчетов. Взаимокорреляционная

функция используется для оценки статистической связи двух случайных процессов [23 — 25]. Рассмотренные способы описания информационных сигналов и их характеристики широко применяются для анализа сигналов, однако они не подходят для формирования оптимальных алгоритмов классификации.

1.4. Марковская модель информационного сигнала

Информационные сигналы изучаются методами теории случайных процессов [23 — 25]. Во всем многообразии их моделей выделяются марковские процессы [26, 27]. Применительно к квантованным по времени и уровню сигналам простейшая марковская модель представляет собой дискретную цепь Маркова [26]. Марковские модели случайных процессов с дискретным множеством состояний широко используются при анализе систем массового обслуживания [90, 91] и мультисерверных информационных систем [92, 93], в задачах моделирования экономических процессов [94], в биоинформатике [95], в рекомендательных системах учета предпочтений пользователей [96], то есть являются достаточно универсальным математическим аппаратом вероятностного моделирования.

Цепь Маркова моделирует взаимосвязанные дискретные отсчеты z_n сигнала. Для m -связной цепи вероятность значений отсчета z_n зависит от ранее полученных отсчетов z_{n-k} , $k = \overline{1, m}$ и не зависит от более ранних отсчетов. Односвязную ($m=1$) марковскую цепь называют простой [26 — 27], при $m=2$ — двухсвязной (сложной), а при $m>2$ — многосвязной. Цепи Маркова высоких порядков широко используются для описания и моделирования случайных числовых (категориальных) последовательностей [87, 97 — 99], например, в экономических и логистических задачах [90, 91, 94], однако при этом возникают математические трудности, связанные с использованием многомерных матриц и большим числом параметров модели.

Пусть в рамках простой цепи Маркова дискретный сигнал $z_n = i$ принимает целочисленные значения i от 1 до M , равные номерам уровней квантования, в момент времени t_n . Тогда в следующий момент времени t_{n+1} значения $z_{n+1} = j$, $j = \overline{1, M}$, будут возникать с вероятностями ${}^{(n)}P_{ij}$, которые называют переходными [26]. Тогда вероятностные свойства переходов можно описать матрицей переходных вероятностей вида

$${}^{(n)}P_{ij} = \begin{bmatrix} {}^{(n)}P_{11} & {}^{(n)}P_{12} & \dots & {}^{(n)}P_{1M} \\ {}^{(n)}P_{21} & {}^{(n)}P_{22} & \dots & {}^{(n)}P_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ {}^{(n)}P_{M1} & {}^{(n)}P_{M2} & \dots & {}^{(n)}P_{MM} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

Если матрица переходных вероятностей не зависит от времени (от n), то цепь Маркова называют однородной [27], она описывается матрицей вида

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1M} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2M} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{M1} & P_{M2} & \dots & P_{MM} \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

В начальный момент времени t_1 марковский процесс принимает начальные значения с вероятностями q_i , которые записываются в виде матрицы — столбца вида

$$[q_i] = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_M \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

В матрице (1.9) выполняются условия

$$\sum_{j=1}^M P_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, M}, \quad (1.11)$$

такие матрицы называют стохастическими.

Для степеней матриц переходных вероятностей $[P_{ij}^{(n)}]$ справедливо матричное уравнение Колмогорова-Чепмена вида [26, 27]

$$[P_{ij}^{(n)}] = [P_{ij}^{(k)}] \times [P_{ij}^{(n-k)}]. \quad (1.12)$$

Эргодическая цепь Маркова не содержит поглощающих состояний и к ней применима теорема Маркова [26] о финальных (инвариантных, стационарных) вероятностях P_j^∞ значений сигнала,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = P_j^\infty. \quad (1.13)$$

Согласно [26], для стационарного процесса матрица переходных вероятностей состояний цепи Маркова после n тактов равна

$$[P_{ij}^{(n)}] = [P_{ij}]^n. \quad (1.14)$$

При $n \rightarrow \infty$ строки матрицы (1.14) одинаковы и равны финальным вероятностям P_j^∞ .

Использование простой марковской цепи в качестве универсальной модели случайного информационного сигнала позволяет «настраивать» ее на конкретный класс наблюдаемых случайных процессов благодаря большому числу независимых параметров модели — переходных вероятностей из (1.9) и (1.11), равному $M(M-1)$. При $M=16$ получим 240 параметров, а при $M=64$ — соответственно 4032.

Двухсвязная (сложная) цепь Маркова моделирует случайный процесс в предположении, что текущее значение отсчета $z_n = j$ в момент времени t_n зависит только

от значений двух предшествующих отсчетов $z_{n-1} = i$ и $z_{n-2} = k$ в моменты времени t_{n-1} и t_{n-2} соответственно. Для ее описания необходимо использовать M стохастических матриц вида (1.8) или (1.9), которые можно сгруппировать в трехмерную структуру (куб), как показано на рисунке 1.8 при $M=4$, или как матрицу размера $M^2 \times M$ (матрицу-столбец матриц $[P_{ijk}]$) вида

$$[P_{kij}] = \begin{bmatrix} [P_{1ij}] \\ [P_{2ij}] \\ \dots \\ [P_{Mij}] \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Двухсвязная цепь Маркова имеет в M раз больше независимых параметров и позволяет глубже отразить структуру статистических взаимосвязей отсчетов сигнала. Однако при больших M она оказывается достаточно громоздкой и требует для формирования модели значительно большего объема выборки отсчетов сигнала.

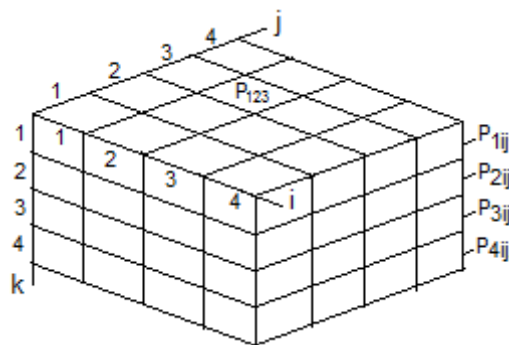


Рисунок 1.8. Переходные вероятности

Исследование случайных информационных сигналов и алгоритмов их обработки предполагает необходимость их имитации - формирования последовательности отсчетов с заданными вероятностными свойствами. Имитация случайных процессов является важнейшей составляющей статистического имитационного моделирования [81, 82] различных технических систем. Псевдослучайные числовые

последовательности широко применяются в криптографии.

На основе марковской модели можно построить алгоритмы имитации случайных процессов с заданным двумерным (простая цепь Маркова) или трехмерным (двухсвязная цепь Маркова) распределением вероятностей [88, 89, 100].

На основе двумерной матрицы переходных вероятностей $[P_{ij}]$ формируется матрица распределений вероятностей

$$F_{ij} = \sum_{m=1}^j P_{im}, \quad (1.16)$$

Для начальных значений случайного процесса распределение вероятностей равно

$$Q_i = \sum_{m=1}^i q_m, \quad (1.17)$$

где q_m — вероятность m -го начального значения.

Алгоритм цифровой имитации [88, 89, 101, 102] отсчетов случайного процесса по его марковской модели заключается в следующем. Датчик псевдослучайных чисел v_n с равномерным распределением вероятностей на интервале от 0 до 1 формирует очередное значение, соответствующее n -му отсчету z_n . Если предыдущее значение $z_{n-1}=i$, то величина $z_n=j$ выбирается как минимальное значение j , при котором выполняется неравенство

$$v_n < F_{ij}. \quad (1.18)$$

Для первого отсчета z_1 его величина $z_1=i$ выбирается как наименьшее значение i , при котором выполняется неравенство

$$v_1 < Q_i \text{ или } v_1 < \tilde{Q}_i. \quad (1.19)$$

Структурная схема алгоритма имитации [86] показана на рисунке 1.9.

Рассмотрим работу алгоритма имитации нормального случайного процесса с двумерной плотностью вероятностей [18]

$$w(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_{\text{CP}})^2 + 2r(x_1 - x_{\text{CP}})(x_2 - x_{\text{CP}}) + (x_2 - x_{\text{CP}})^2}{2(1-r^2)\sigma^2}\right], \quad (1.20)$$

где x_{CP} — среднее значение, σ^2 — дисперсия, r — коэффициент корреляции.

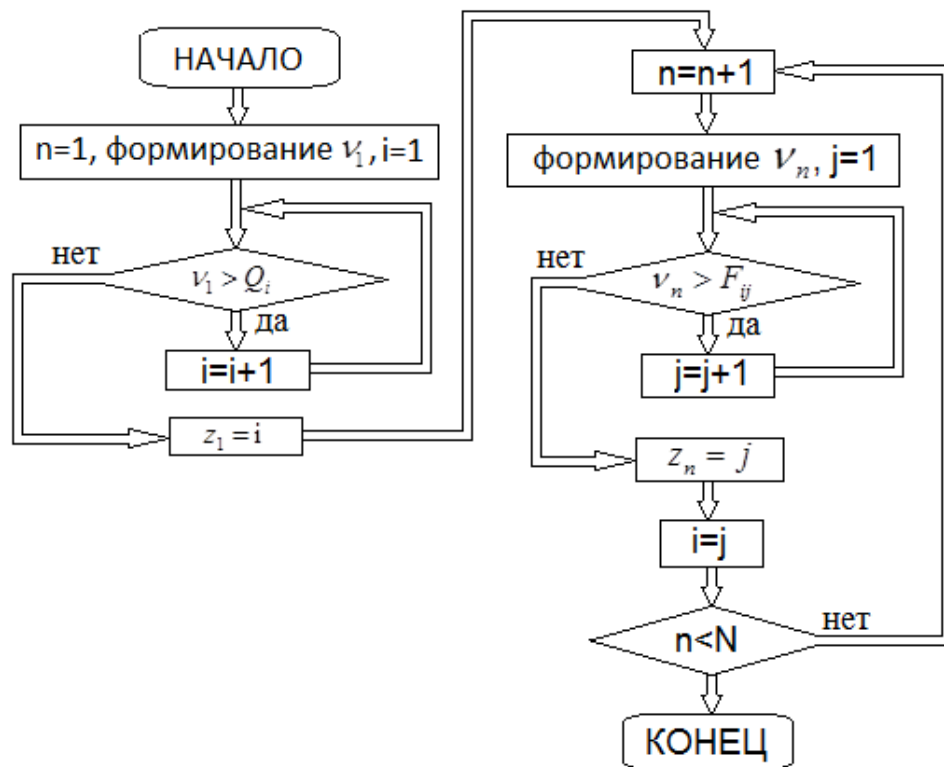


Рисунок 1.9. Структурная схема алгоритма имитации случайного процесса

Выберем шаг квантования по уровню

$$d = \frac{(6 \div 8)\sigma}{M} \quad (1.21)$$

и значения уровней квантования

$$g_m = \begin{cases} -\infty & \text{при } m = 0, \\ \left(m - \frac{M}{2}\right) \cdot d + x_{\text{CP}} & \text{при } m = \overline{1, (M-1)}, \\ \infty & \text{при } m = M. \end{cases} \quad (1.22)$$

Переходные вероятности марковской модели определяются выражением

$$[P_{ij}] = \frac{\int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{j-1}}^{g_j} w(x_1 x_2) dx_2 dx_1}{\int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1 x_2) dx_2 dx_1}. \quad (1.23)$$

Матрицы $[P_{ij}]$ и $[F_{ij}]$ удобно представлять графически в трехмерных координатах. Для рассмотренного двумерного нормального распределения (1.20) при $x_{\text{CP}} = 0$, $\sigma^2 = 4$ и $M = 2^m = 32$ ($m=5$) для различных r диаграммы $[P_{ij}]$ вида (1.23) показаны на рисунке 1.10, а $[F_{ij}]$ согласно (1.16) — на рисунке 1.11.

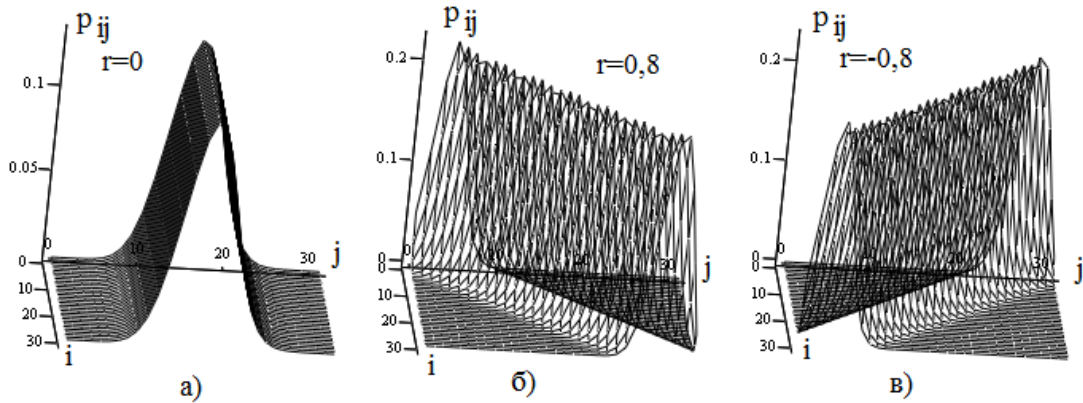


Рисунок 1.10. Переходные вероятности

Как видно, параметры случайного процесса наглядно отражаются в форме матриц $[P_{ij}]$ и $[F_{ij}]$.

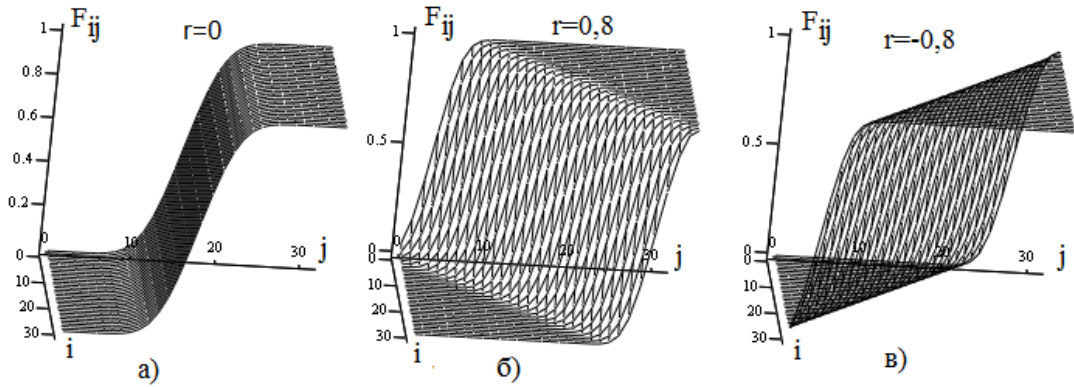


Рисунок 1.11. Функции распределения вероятностей

Марковская модель случайного процесса может быть построена по экспериментальной выборке отсчетов. Для оценки переходных вероятностей P_{ij} определяются числа l_{ij} переходов соседних отсчетов сигнала от $z_n = i$ к $z_{n+1} = j$, тогда при большом объеме выборки $L \gg M^2$ получим статистическую оценку

$$P_{ij} = \frac{l_{ij}}{\sum_{k=1}^M l_{ik}}, \quad (1.24)$$

Для устранения возможной неопределенности оценки (1.24) к значениям l_{ij} целесообразно добавить константу, например, 1.

На рисунке 1.12 представлены результаты работы алгоритма имитации при $r=0.8$. Временная реализация процесса z_n показана на рисунке 1.12, а, оценка переходных вероятностей вида (1.24) — на рисунке 1.12, б, соответствующее одномерное распределение вероятностей p_i приведено на рисунке 1.12, в (пунктиром показано теоретическое нормальное распределение вероятностей), а корреляционная функция r_k от смещения k — на рисунке 1.12, г.

Как видно, алгоритм обеспечивает достаточно точное соответствие результатов имитации и теоретических статистических характеристик.

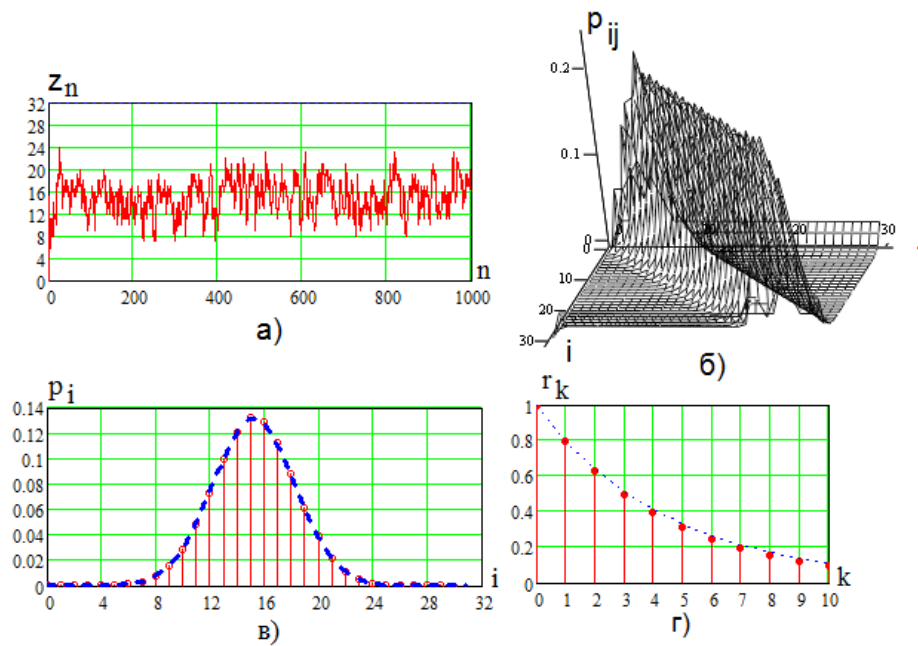


Рисунок 1.12. Результаты моделирования

Получен патент на изобретение РФ [86], реализующий аппаратно на базе цифрового процессора или программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС) алгоритм имитации случайного сигнала с заданным распределением вероятностей.

Для имитации случайного процесса с заданным трехмерным распределением вероятностей [89, 100] на основе матрицы переходных вероятностей $[P_{kij}]$ формируется матрица распределений вероятностей с элементами

$$F_{kij} = \sum_{m=1}^j P_{kim}, \quad (1.25)$$

Для двух начальных значений случайного процесса $z_1=i$ и $z_2=j$ функция распределения их совместных вероятностей равна

$$Q_{ij} = \sum_{m=1}^j q_{im}, \quad (1.26)$$

где q_{im} — вероятности пары начальных значений, а для функции распределения вероятностей первого значения $z_1=i$ получим

$$Q_i = \sum_{n=1}^i \sum_{m=1}^M q_{nm} . \quad (1.27)$$

Алгоритм цифровой имитации отсчетов случайного процесса по его двухсвязной марковской модели заключается в следующем. Датчик псевдослучайных чисел v_n с равномерным распределением вероятностей на интервале от 0 до 1 формирует очередное значение, соответствующее n -му отсчету z_n . Первое значение $z_1=i$ выбирается в соответствии с правилом (1.19). Если первое значение $z_1=i$, то величина второго значения $z_2=j$ выбирается как минимальное значение j , при котором выполняется неравенство

$$v_2 < Q_{ij} . \quad (1.28)$$

Если два предыдущих значения равны $z_{n-2}=k$ и $z_{n-1}=i$, то величина $z_n=j$ выбирается как минимальное значение j , при котором выполняется неравенство

$$v_n < F_{kij} . \quad (1.29)$$

Структурная схема алгоритма показана на рисунке 1.13.

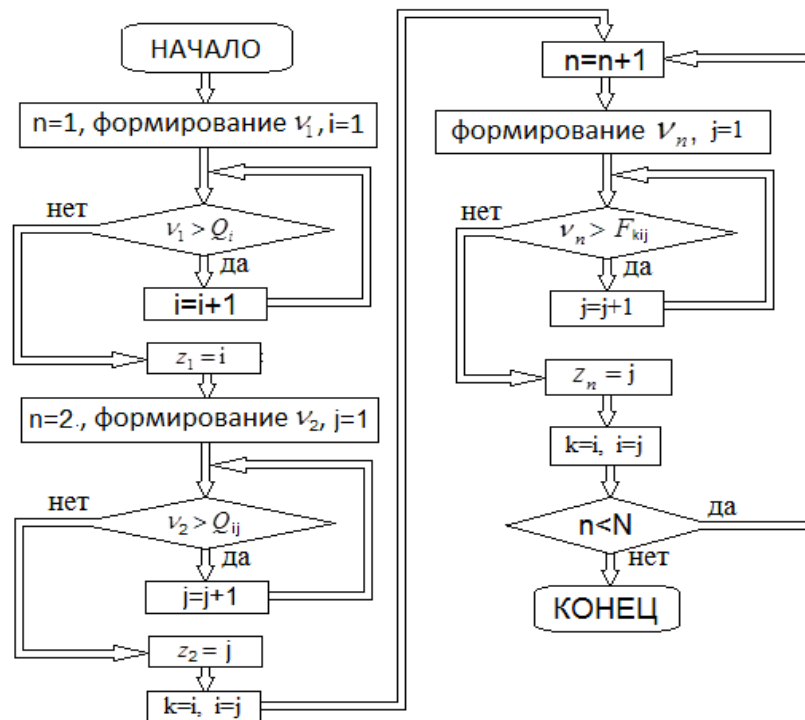


Рисунок 1.13. Структурная схема алгоритма имитации сигнала

Трехмерная плотность вероятностей нормального непрерывного процесса имеет вид [18]

$$w(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{(2\pi)^3 D}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 D_{mn} \frac{(x_m - x_{\text{CP}})(x_n - x_{\text{CP}})}{\sigma^2} \right\}, \quad (1.30)$$

где x_{CP} и σ^2 — среднее значение и дисперсия, D — определитель матрицы коэффициентов корреляции r_{mn} значений x_m и x_n , $m, n = \overline{1, 3}$,

$$[r_{mn}] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (1.31)$$

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}, \quad (1.32)$$

D_{mn} — алгебраическое дополнение элемента r_{mn} матрицы (1.31), равное

$$D_{mn} = (-1)^{m+n} M_{mn}, \quad (1.33)$$

M_{mn} — минор элемента r_{mn} матрицы (1.30), равный определителю второго порядка матрицы $[r_{mn}]$ после вычеркивания в ней n -й строки и m -го столбца. В матрице (1.30) $r_{mm} = 1$ и $r_{mn} = r_{nm}$. Проводя дискретизацию случайного процесса в соответствии с уровнями квантования g_m , $m = \overline{0, M}$, (1.22), определим совместные вероятности значений $z_1 = k$, $z_2 = i$ и $z_3 = j$ равные

$$P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j) = \int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1. \quad (1.34)$$

Тогда для переходных вероятностей получим

$$P_{kij} = \frac{P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)}{P(z_1 = k, z_2 = i)} = \frac{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1}{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1}. \quad (1.35)$$

Проведено статистическое имитационное моделирование имитатора гауссовского случайного процесса с трехмерной плотностью вероятностей (1.30), при $M = 16$ и матрицей коэффициентов корреляции (1.31) вида

$$[r_{mn}] = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,8 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,8 & 0,2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.36)$$

На рисунке 1.14, а показана трехмерная диаграмма совместных вероятностей $P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)$ (1.34) в координатах $(i + kN, j)$, а на рисунке 1.14, б — аналогичная диаграмма матрицы переходных вероятностей P_{kij} (1.35).

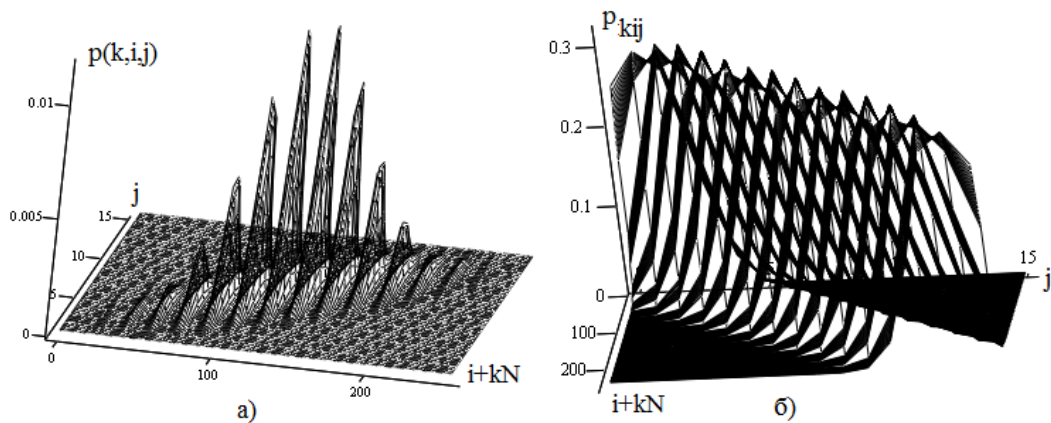


Рисунок 1.14. Диаграммы матриц вероятностей

На рисунке 1.15 показаны полученные в результате статистического имитационного моделирования имитатора сигналов на базе двухсвязной марковской модели гауссовского случайного процесса — реализация последовательности отсчетов z_n (рисунок 1.15, а) и ее корреляционная функция r_k (рисунок 1.15, б).

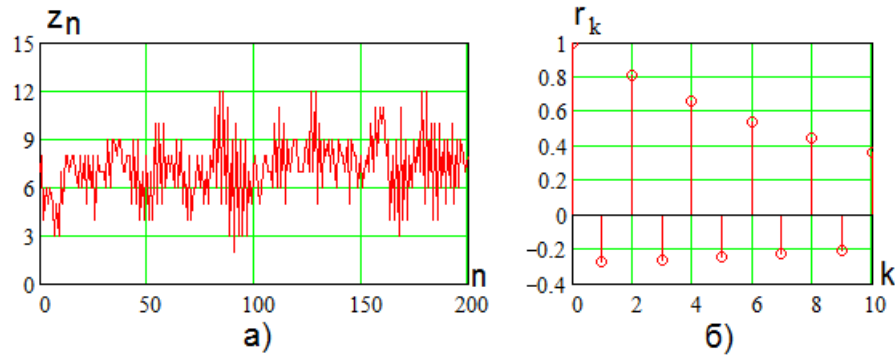


Рисунок 1.15. Результаты моделирования

На рисунке 1.16 приведены полученные в результате статистического имитационного моделирования трехмерная диаграмма вероятностей $P(k, i, j)$ (рисунок 1.16, а) и диаграмма матрицы переходных вероятностей P_{kij} (рисунок 1.16, б). Как видно, они совпадают с показанными на рисунке 1.14 результатами расчета.

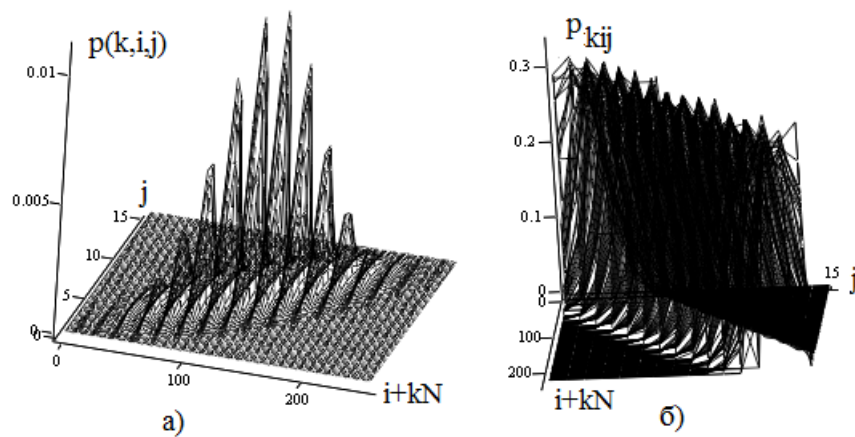


Рисунок 1.16. Диаграммы экспериментальных матриц вероятностей

Таким образом, рассмотренные алгоритмы имитации случайных сигналов на основе их марковских моделей позволяют просто и с минимальными вычислитель-

ными затратами формировать последовательности случайных или псевдослучайных отсчетов с заданными статистическими свойствами.

1.5. Структура проводимых исследований

Структурная схема проведения исследований показана на рис. 1.17.

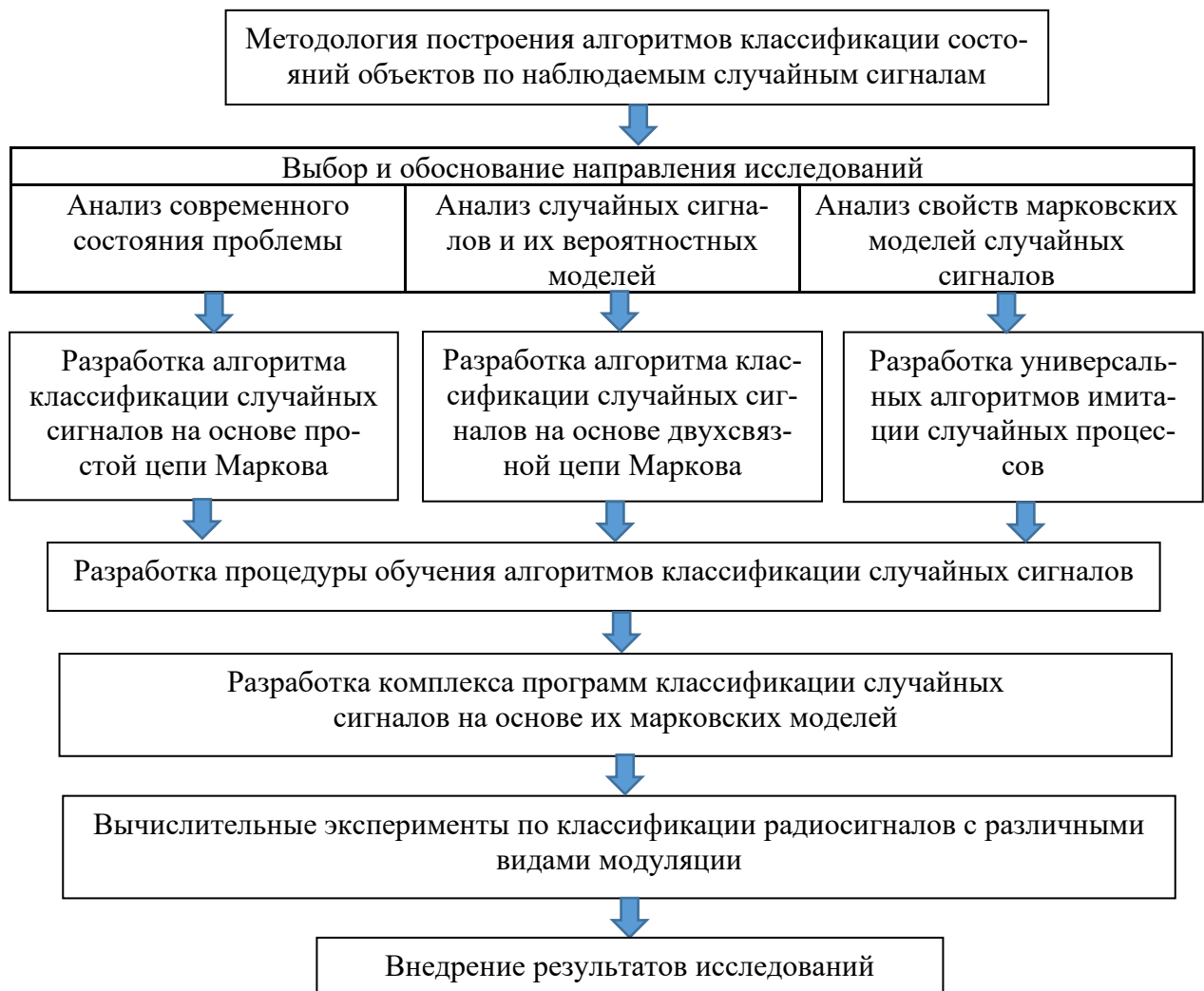


Рисунок 1.17. Схема проведения исследований

В работе рассматривается задача классификации состояний системы (например, технической) по порождаемым ею случайным сигналам. Эти сигналы должны быть статистически связанными с анализируемыми состояниями и обладать соответствующими заранее неизвестными отличительными признаками, которые выявляются в процессе обучения программного комплекса и в результате формируется база данных (моделей) классов.

Структура комплекса программ показана на рис. 1.18.



Рисунок 1.18. Структура комплекса программ

Исследуемая система должна допускать режим «обучения с учителем», в котором имеется возможность для заранее установленного (известного) состояния получить реализации случайных сигналов большого объема и сформировать соответствующие марковские модели классов. Это можно обеспечить для источников радиосигналов, механических устройств и др., а для неуправляемых систем (например, при анализе сейсмических сигналов) необходимы другие подходы. Для детер-

минированных сигналов целесообразно использовать алгоритмы обработки на основе измерения их параметров (например, амплитуды, частоты и др.), при этом необходимость формирования марковской модели отсутствует.

Для наблюдаемых случайных сигналов марковская модель является приближенным описанием их вероятностных свойств и необходимо проверять «различимость» классов для выбранной марковской модели. Например, простая цепь маркова «чувствительна» к изменениям коэффициента корреляции двумерной гауссовской плотности вероятностей, но не реагирует на изменения одного из элементов корреляционной матрицы трехмерного распределения (в этом случае необходима двухсвязная марковская модель).

Существенным ограничением рассматриваемых моделей является низкочастотный характер следования отсчетов и небольшая длительность стационарного состояния системы, что имеет место, например, при анализе ритмограмм сердечно-сосудистой системы человека. В этом случае для обучения классификатора необходимо обследование большого числа пациентов для каждого класса с разбиением обучающих выборок по часовым интервалам.

Рассматриваемые алгоритмы классификации и соответствующее программное обеспечение могут использоваться при управлении системами радиосвязи, в аппаратуре когнитивного радио, в системах радиомониторинга, в диагностической аппаратуре различных технических устройств, при решении задач медицинской диагностики и ряде других направлений. Имитаторы случайных сигналов с заданной или экспериментально определенной двумерной или трехмерной плотностью вероятностей могут применяться при исследованиях или испытаниях различной аппаратуры, измерении ее характеристик.

1.6. Выводы по первой главе.

1. Информационные сигналы в различных областях характеризуются многообразием свойств и подходов к их описанию, необходимо выбрать наиболее универсальный вариант, позволяющий реализовать оптимальные алгоритмы классификации случайных процессов.

2. В качестве общих моделей информационного сигнала предложены простая марковская модель и усложненная модель в виде двухсвязной цепи Маркова.

3. В науке и технике используются различные методы классификации случайных сигналов, отличающиеся критериями принятия решений, вычислительной сложностью, необходимым объемом априорной информации, границами применимости и актуальной является задача разработки алгоритмов, отличающихся простотой реализации и эффективностью решения поставленной задачи.

4. Сформированы цели, задачи и методология проводимых исследований.

5. Марковская модель случайного процесса позволяет реализовать универсальные алгоритмы имитации (датчики) случайных сигналов с произвольным двумерным или трехмерным распределением вероятностей, необходимые для имитационного моделирования алгоритмов классификации.

6. На основе марковской модели, отличающейся максимизацией апостериорных вероятностей принимаемых решений и обеспечивающей динамическую идентификацию потоков данных, разработан алгоритм формирования эталонных потоков данных с произвольным двумерным распределением вероятностей

7. Показано, что многомерные марковские модели потоков данных для систем машинного обучения позволяют повысить достоверность принимаемых решений и обеспечить динамическую идентификацию потоков данных.

2. МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

2.1. Формирование простой марковской модели

Простые и многосвязные марковские модели классифицируемых сигналов могут быть построены по известной теоретической модели (например, многомерной плотности вероятностей) или по экспериментальной реализации отсчетов сигнала выбранного класса. Основой марковской модели является двумерная или трехмерная матрица переходных вероятностей с большим числом элементов, что позволяет отображать тонкие вероятностные свойства моделируемых случайных процессов.

Анализ матриц переходных вероятностей, полученных по экспериментальным реализациям сигналов, позволяет реализовать обобщенную аналитическую модель, на основе которой можно проводить исследования свойств марковских моделей сигналов (например, радиосигналов) выбранного класса. Для описания среднестатистических свойств случайного процесса целесообразно использовать его энтропийные характеристики и информационную дивергенцию.

Для определения матрицы переходных вероятностей $[P_{ij}]$ можно использовать теоретические расчеты, методы статистического имитационного моделирования и обработку временных реализаций принимаемых сигналов. При формировании марковской модели информационный сигнал $x(t)$ подвергается дискретизации по времени и квантованию по уровню и преобразуется в последовательность (выборку) отсчетов z_n с целочисленными значениями $\overline{1, M}$, равными номерам уровней квантования, $n = \overline{1, N}$ — номер отсчета, N — объем выборки.

Теоретические марковские модели базируются на априорной информации о статистических свойствах моделируемых сигналов. Например, если известно, что

моделируется нормальный случайный процесс $x(t)$ со значениями $x(t_1) = x_1$ и $x(t_2) = x_2$ с двумерной плотностью вероятностей вида (1.20) [18]

$$w(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_{CP})^2 + 2r(x_1 - x_{CP})(x_2 - x_{CP}) + (x_2 - x_{CP})^2}{2(1-r^2)\sigma^2}\right], \quad (2.1)$$

x_{CP} — его среднее значение, σ^2 — дисперсия, r — коэффициент корреляции, то выбирая шаг квантования по уровню (1.21) и уровни (1.22), для совместных вероятностей значений $z_1 = i$, и $z_2 = j$ получим

$$P(z_1 = i, z_2 = j) = \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{j-1}}^{g_j} w(x_1 x_2) dx_2 dx_1. \quad (2.2)$$

Так как

$$P(z_1 = i, z_2 = j) = P(z_1 = i) \cdot P(z_1 = j / z_2 = i) = P(z_1 = i) \cdot P_{ij}, \quad (2.3)$$

то переходные вероятности равны

$$P_{ij} = \frac{P(z_1 = i, z_2 = j)}{P(z_1 = i)} = \frac{\int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{j-1}}^{g_j} w(x_1 x_2) dx_2 dx_1}{\int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1 x_2) dx_2 dx_1}. \quad (2.4)$$

При формировании марковской модели по результатам статистического имитационного моделирования, по записям из файла или по полученным экспериментально отсчетам сигнала для простой цепи Маркова формируется матрица суммарных чисел перехода l_{ij} значений квантованной последовательности отсчетов z_n от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{2, N}$. Структурная схема алгоритма приведена на рис. 2.1, а. На рис. 2.1, б показан пример матрицы чисел перехода при $M = 64$, а ее графическое представление в виде трехмерной диаграммы - на рисунке 2.1, в.

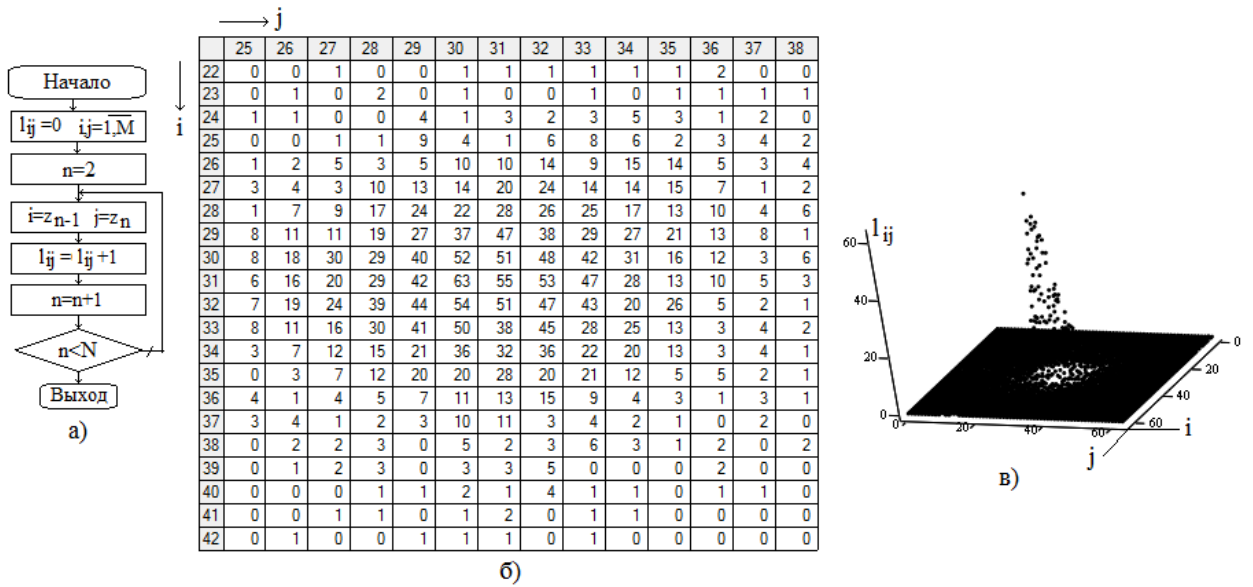


Рисунок 2.1. Формирование чисел перехода

По величинам l_{ij} методами математической статистики [19 — 21] можно оценить переходные вероятности в виде

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{l_{ij}}{\sum_{k=1}^M l_{ik}}. \quad (2.5)$$

При бесконечном объеме выборки N для стационарного случайного процесса оценки $\tilde{P}_{ij}$ (2.7) стремятся к теоретическим переходным вероятностям P_{ij} .

При использовании оценки (2.5) возникает проблема с нулевыми значениями l_{ij} , что может быть обусловлено фактическим отсутствием таких переходов даже при $N \rightarrow \infty$ (что маловероятно), либо недостаточностью объема выборки. Если все $l_{ij} = 0$, $j = \overline{1, M}$, то это приводит к $\tilde{P}_{ij} = 0$, то есть в модели соответствующие переходы невероятны, что является недостатком модели, а иначе оценка (2.5) становится невозможной. Для устранения этой проблемы при формировании матрицы чисел перехода $[l_{ij}]$ (рис. 2.1.а) необходимо принять ненулевое начальное значение l_{ij} , например, $l_{ij} = 1$, $i, j = \overline{1, M}$.

Величины l_{ij} можно определить из теоретической модели через двумерную плотность вероятностей с последующим определением совместных вероятностей $P(z_1 = i, z_2 = j)$ (2.2),

$$l_{ij} = (N - 1) \cdot P(z_1 = i, z_2 = j), \quad (2.6)$$

тогда из (2.6) для $P(z_1 = i, z_2 = j)$ получим

$$P(z_1 = i, z_2 = j) = \frac{l_{ij}}{(N - 1)}, \quad (2.7)$$

то есть совместную вероятность можно определить экспериментально по выборке отсчетов сигнала, определив числа переходов l_{ij} .

При наличии статистической взаимосвязи $z_2=j$ с предшествующим значением $z_1=i$ рассматривается зависимость условного математического ожидания $j_{CP}(i)$ величины $z_2=j$ от значения $z_1=i$, которую называют линией регрессии $z_2=j$ на $z_1=i$,

$$j_{CP}(i) = \frac{\sum_{j=1}^M j \cdot p_{ij}}{\sum_{j=1}^M p_{ij}}. \quad (2.8)$$

Регрессионный анализ [38 — 41] позволяет определять среднестатистическое влияние текущего значения случайной величины на последующие значения.

Матрица переходных вероятностей $[P_{ij}]$ простой цепи Маркова отражает статистические свойства квантованного случайного процесса и взаимосвязь соседних отсчетов. Для последовательности независимых отсчетов строки матрицы $[P_{ij}]$ одинаковы и не зависят от их номера, при этом строка представляет собой одномерное распределение вероятностей случайной величины. На рисунке 2.2 показаны результаты статистического имитационного моделирования квантованного нормального случайного процесса z_n с независимыми значениями при $M=16$ со средним значением

$z_{CP} = 8$. На рисунке 2.2, а изображена временная диаграмма фрагмента сигнала, на рисунке 2.2, б — трехмерное графическое представление матрицы чисел перехода $[l_{ij}]$, а на рисунке 2.2, в — аналогичное представление оценки матрицы переходных вероятностей $[\tilde{P}_{ij}]$ согласно (2.7) при большом объеме выборки $N=10^7$.

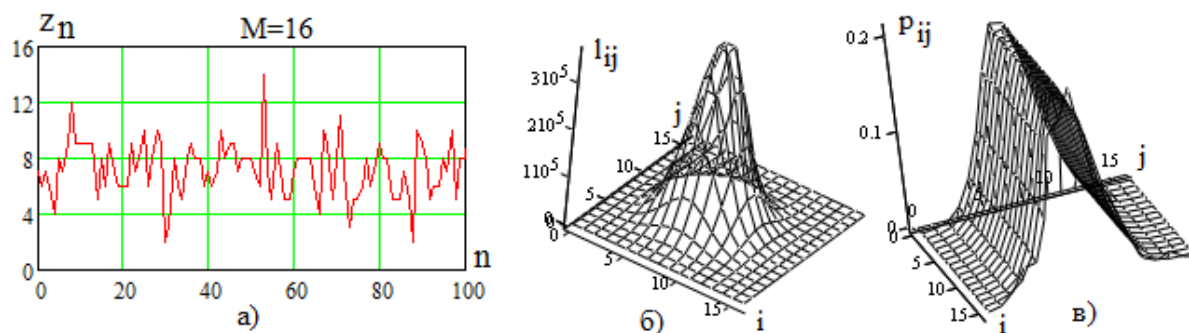


Рисунок 2.2. Результаты статистического имитационного моделирования

Для зависимых отсчетов вид матрицы переходных вероятностей изменяется и ее строки становятся неодинаковыми. В качестве примера на рисунке 2.3, а изображена временная диаграмма фрагмента сигнала, равного сумме двух соседних отсчетов нормального процесса с независимыми значениями (рисунок 2.2, а). На рисунке 2.3, б показано трехмерное графическое отображение матрицы чисел перехода $[l_{ij}]$, а на рисунке 2.3, в — графически показана оценка матрицы переходных вероятностей $[\tilde{P}_{ij}]$. В этом случайном процессе коррелированы только соседние отсчеты, и это уже меняет вид матрицы переходных вероятностей — ее строки представляют собой нормальное распределение вероятностей, но его максимумы смещаются вдоль линии $i=j$.

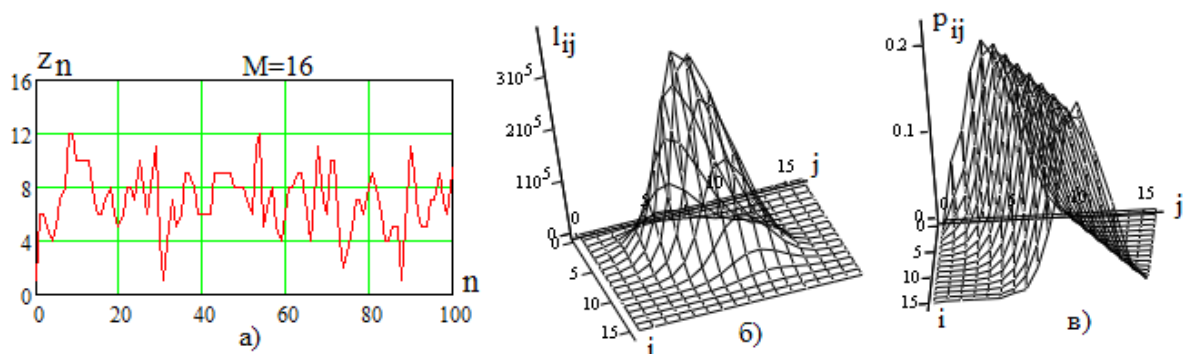


Рисунок 2.3. Результаты статистического имитационного моделирования
зависимых псевдослучайных чисел

На рисунке 2.4, а показаны матрицы вероятностей $P(z_1 = i, z_2 = j)$ или нормированных чисел перехода l_{ij} (2.7), на рисунке 2.4, б — матрицы переходных вероятностей, а на рис. 2.4, в — линии регрессии $j_{CP}(i)$ (2.8) для нормального случайного процесса (2.1) с коэффициентом корреляции $r = -0,8$ при $M = 32$.

На рисунках 2.5 — 2.8 показаны аналогичные зависимости при $r = -0,4$, $r = 0$, $r = 0,4$ и $r = -0,8$ соответственно. При $r = 0$ матрица переходных вероятностей аналогична показанной на рисунке 2.2, в. Наличие корреляционных связей между соседними отсчетами существенно влияет на вид $[P_{ij}]$, линия регрессии отклоняется от горизонтали в зависимости от величины и знака r .

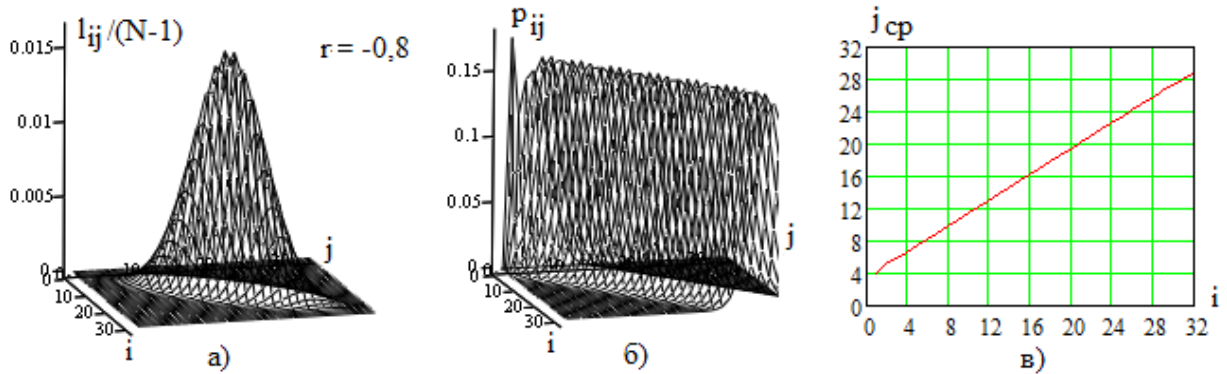


Рисунок 2.4. Результаты статистического имитационного моделирования коррелированных псевдослучайных чисел

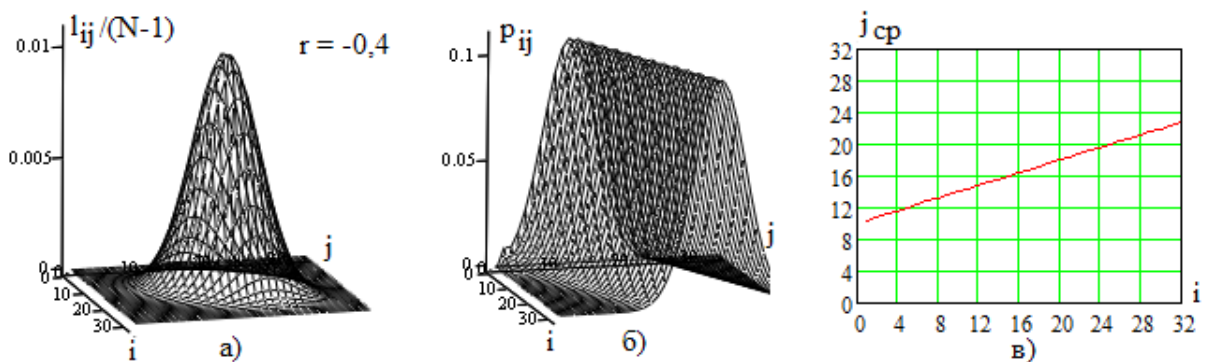


Рисунок 2.5. Результаты статистического имитационного моделирования коррелированных псевдослучайных чисел при $r = -0,4$

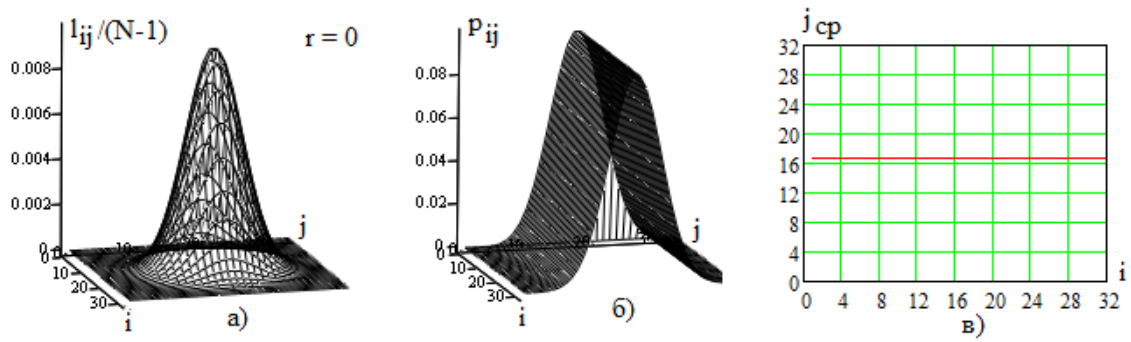


Рисунок 2.6. Результаты статистического имитационного моделирования некоррелированных псевдослучайных чисел ($r = 0$)

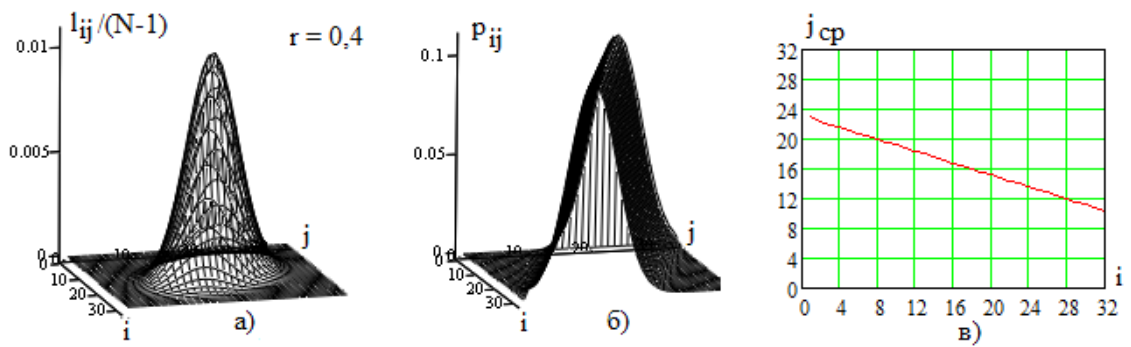


Рисунок 2.7. Результаты статистического имитационного моделирования коррелированных псевдослучайных чисел при $r = 0,4$

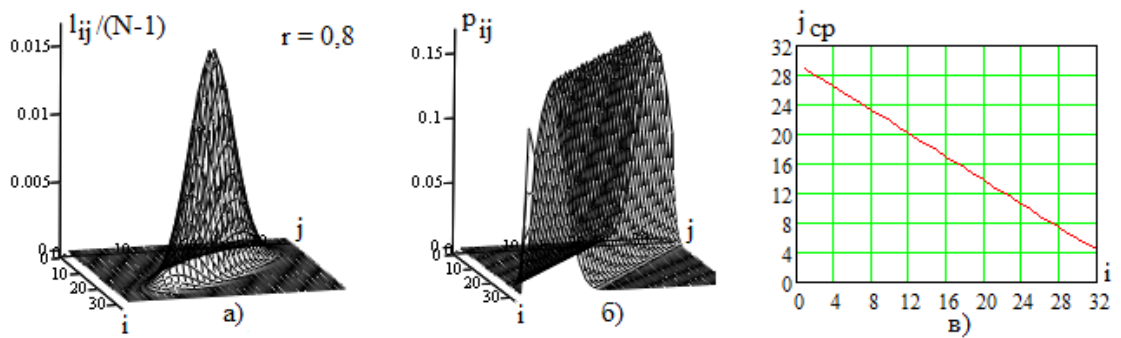


Рисунок 2.8. Результаты статистического имитационного моделирования коррелированных псевдослучайных чисел при $r = -0,8$

Финальное одномерное распределение вероятностей P_j^∞ можно определить согласно (1.15) в виде

$$\left[P_j^{(\infty)} \right] = \left[P_{ij} \right]^n, \quad n \rightarrow \infty. \quad (2.9)$$

Для показанных на рисунках 2.3 — 2.4 матриц нормального случайного процесса получим матрицу, показанную на рисунке 2.2, в, строки которой равны P_j^∞ , $j = \overline{1, M}$, и соответствуют одномерному нормальному распределению вероятностей.

2.2. Формирование двухсвязной марковской модели

Сложная (двухсвязная) марковская модель [26, 27] описывает дискретный случайный процесс, текущее значение которого $z_n = j$ в момент времени t_n статистически зависит только от двух предшествующих значений $z_{n-1} = i$ и $z_{n-2} = k$, $i, j, k = \overline{1, M}$. Модель описывается матрицей-столбцом квадратных матриц вида (1.6),

$$[P_{kij}] = \begin{bmatrix} [P_{1ij}] \\ [P_{2ij}] \\ \dots \\ [P_{Mij}] \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

где $[P_{kij}]$ — матрица переходных вероятностей от $z_{n-2} = k$ и $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$.

Модель (2.10) содержит $M^2(M-1)$ независимых параметров, что достаточно велико уже при $M=16$ (3840 параметров).

Двухсвязную марковскую модель нормального дискретного случайного процесса можно построить с использованием трехмерной плотности вероятностей

$$w(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{(2\pi)^3 D}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 D_{mn} \frac{(x_m - x_{CP})(x_n - x_{CP})}{\sigma^2} \right\}, \quad (2.11)$$

где x_{CP} и σ^2 — среднее значение и дисперсия нормального случайного процесса, D — определитель матрицы коэффициентов корреляции r_{mn} значений x_m и x_n , $m, n = \overline{1, 3}$,

$$[r_{mn}] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}, \quad (2.13)$$

D_{mn} — алгебраическое дополнение элемента r_{mn} матрицы (2.12), равное

$$D_{mn} = (-1)^{m+n} M_{mn}, \quad (2.14)$$

M_{mn} — минор элемента r_{mn} матрицы (2.12), равный определителю второго порядка матрицы $[r_{mn}]$ после вычеркивания в ней n -й строки и m -го столбца. В матрице (2.12) $r_{mm} = 1$ и $r_{mn} = r_{nm}$.

В рассматриваемом случае трехмерная модель нормального случайного процесса содержит 5 независимых параметров (среднее значение, дисперсия, три коэффициента корреляции).

Проводя дискретизацию случайного процесса в соответствии с уровнями квантования g_m , $m = \overline{0, M}$, (1.22), получим, получим аналогично (2.2) совместные вероятности значений $z_1 = k$, $z_2 = i$ и $z_3 = j$ равные

$$P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j) = \int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1. \quad (2.15)$$

Тогда для переходных вероятностей можно записать

$$P_{kij} = \frac{P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)}{P(z_1 = k, z_2 = i)} = \frac{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1}{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1 x_2 x_3) dx_3 dx_2 dx_1}. \quad (2.16)$$

При формировании двухсвязной марковской модели по полученной экспериментально выборке отсчетов случайного процесса строится матрица суммарных чисел перехода l_{kij} значений последовательности отсчетов z_n от $z_{n-2} = k$ и $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{3, N}$, по которым аналогично (2.5) оцениваются переходные вероятности в виде

$$\tilde{P}_{kij} = \frac{l_{kij}}{\sum_{v=1}^M l_{kiv}}. \quad (2.17)$$

Величины l_{kij} подобно (2.6) можно определить из теоретической модели через совместное распределение вероятностей $P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)$,

$$l_{kij} = (N - 2) \cdot P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j). \quad (2.18)$$

Или наоборот, вероятности $P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)$ можно оценить по экспериментальным значениям чисел переходов l_{kij}

$$P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j) = P(k, i, j) = \frac{l_{kij}}{(N - 2)}. \quad (2.19)$$

Числа переходов l_{kij} и совместные вероятности $P(k, i, j)$ удобно представлять подобно (2.10) в виде матриц

$$[l_{kij}] = \begin{bmatrix} [l_{1,ij}] \\ [l_{2,ij}] \\ \dots \\ [l_{M,ij}] \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

$$[P(k, i, j)] = \begin{bmatrix} [P(1, i, j)] \\ [P(2, i, j)] \\ \dots \\ [P(M, i, j)] \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

где $[l_{k,ij}]$ и $[P(k, i, j)]$ — квадратные матрицы при заданном k .

Для графического представления трехмерных матриц $[l_{kij}]$ или $[P(k, i, j)]$ в виде трехмерных графиков целесообразно представить эти массивы в двумерном виде

$$[l_{kij}] = [l_{(i+Mk)j}], \quad (2.22)$$

$$[P(k, i, j)] = [P((i + Mk), j)] = [P_{(i+Mk), j}]. \quad (2.23)$$

На рисунке 2.9, а приведена трехмерная диаграмма совместного распределения вероятностей вида (2.23) двухсвязной марковской модели квантованного нормального случайного процесса (2.11) с независимыми значениями ($r_{mm} = 1$ и $r_{mn} = 0, m \neq n$) при $x_{CP} = 0$, $\sigma^2 = 1$, $M = 16$. На рисунке 2.9, б показана соответствующая ей диаграмма линий уровня.

Как видно форма «лепестков» диаграммы соответствует нормальному распределению вероятностей. Переходные вероятности можно определить через (2.17) и (2.19) в виде

$$P_{kij} = \frac{P(k, i, j)}{\sum_{v=1}^M P(k, i, v)}. \quad (2.24)$$

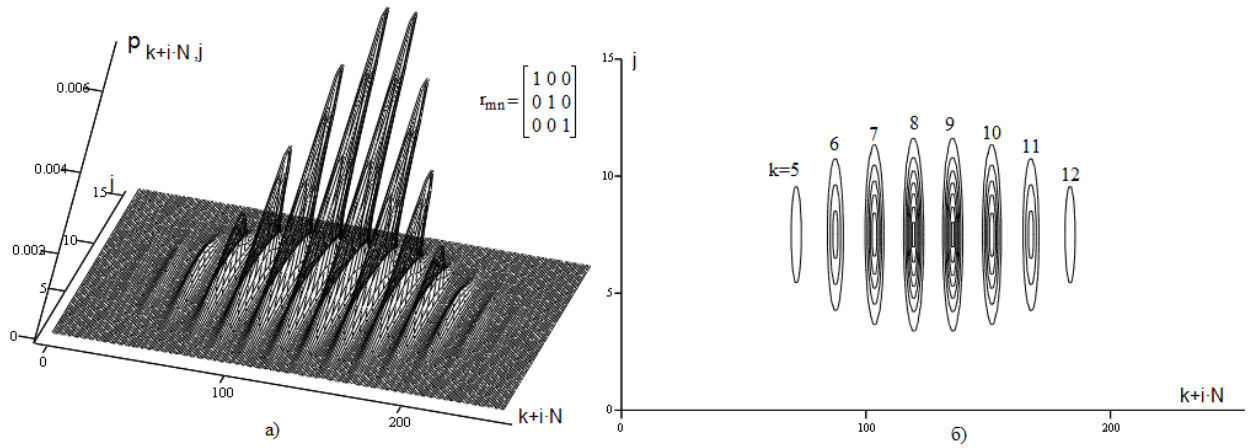


Рисунок 2.9. Трехмерная диаграмма совместного распределения вероятностей

Их диаграмма в координатах рисунка 2.9 имеет вид одинаковых «лепестков», соответствующих нормальному распределению вероятностей. Аналогичный результат имеет место и для простой цепи Маркова (рис. 2.2).

При наличии корреляционных связей в двухсвязной марковской модели нормального случайного процесса форма «лепестков» (например, рис. 2.10, там же показана матрица коэффициентов корреляции) остается нормальной, но появляется наклон в плоскости $(i + Mk), j$, как и для простой цепи Маркова на рисунках 2.4 — 2.8.

Двухсвязная марковская модель существенно расширяет возможности учета статистических свойств случайных процессов.

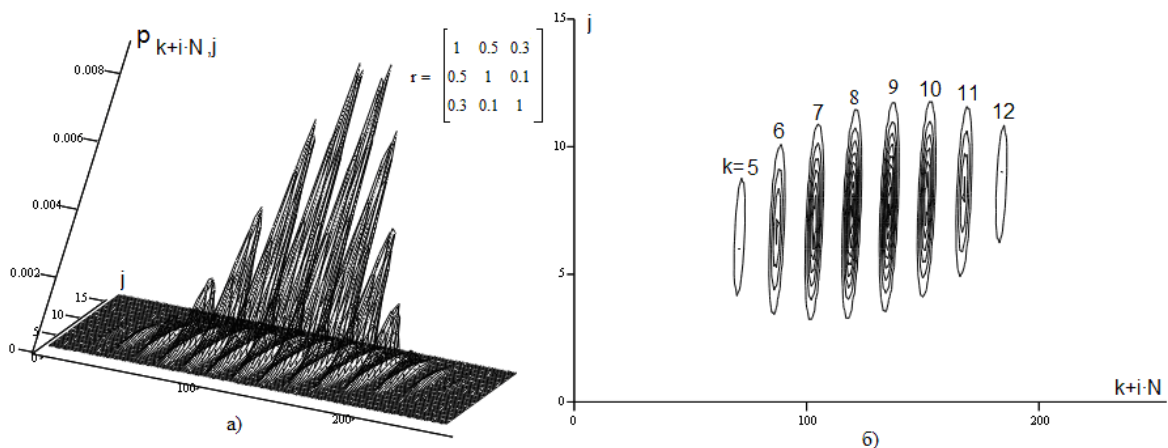


Рис. 2.10. Трехмерная диаграмма совместного распределения вероятностей коррелированного процесса

2.3. Примеры марковских моделей информационных сигналов и их информационные характеристики

Примером последовательности положительных случайных чисел может служить ритмограмма в виде зависимости измеренных значений периода сердечных сокращений T_n от его номера n [34, 35]. Пример ритмограммы, полученной в системе «Кардиотехника 4000», показан на рисунке 1.3, а. Целесообразно рассматривать дифференциальную ритмограмму $\Delta T_n = T_n - T_{n-1}$, характеризующую вариабельность ритма, которая представляет собой последовательность положительных и отрицательных случайных чисел, как показано на рисунке 1.3, б. Аналогичный подход можно использовать для описания вибраций механических систем (двигателей, турбин).

Статистические методы анализа ритмограмм ориентируются на модель нормального (гауссовского) случайного процесса [18, 19] и предусматривают определение среднего, максимального и минимального значений, дисперсию и среднеквадратическое отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса [18]. На практике статистические свойства ритмограмм могут существенно отличаться от нормального случайного процесса и необходимо использовать более универсальные модели [103—105]. Дискретизация дифференциальной ритмограммы проведена в соответствии с (1.5) с шагом 8 мс, $M = 64$. В качестве примера на рисунке 2.11 показаны трехмерные диаграммы чисел l_{ij} и совместных вероятностей $P(i, j)$.

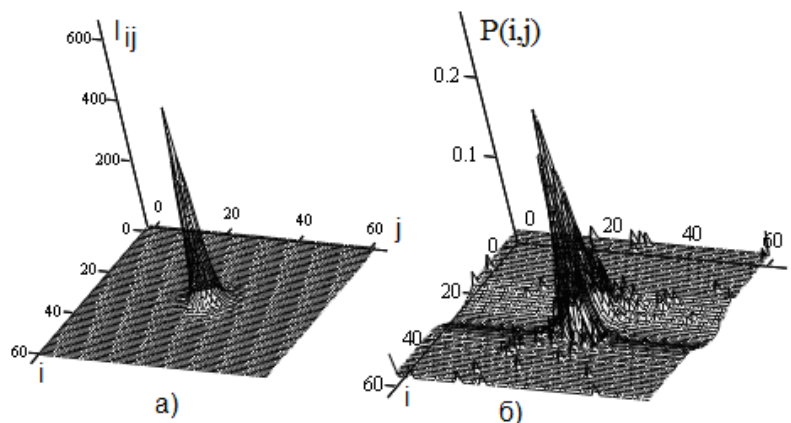


Рисунок 2.11. Примеры трехмерных диаграмм

В целом экспериментальные записи дифференциальных ритмограмм показывают, что трехмерные изображения диаграмм чисел l_{ij} и вероятностей $P(i, j)$ перехода имеют конусообразную форму с различной шириной основания и степенью размытости, они характеризуются большим разнообразием формы.

Анализ марковских моделей радиосигналов [37, 106] можно проводить на основе математических моделей методами статистического имитационного моделирования и по временным диаграммам сигналов, полученных экспериментально на выходе приемника. Сигнал дискретизируется в АЦП и по полученным отсчетам формируется матрица чисел и вероятностей перехода для простой марковской модели.

Модель может формироваться для сигнала с выхода тракта промежуточной частоты приемника с центральной частотой f_0 [37, 61, 107]. Частота дискретизации f_d выбирается равной $(3 \div 4) f_0$ в соответствии с теоремой Котельникова [47, 48].

Сигнал с амплитудной модуляцией можно записать в виде

$$s_{AM}(t) = S(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \psi_0), \quad (2.25)$$

где $S(t)$ — амплитуда, пропорциональная передаваемому сигналу,

$$S(t) = \left[1 + m \cdot \frac{S_{II}(t)}{S_0} \right], \quad (2.26)$$

$S_{II}(t)$ — передаваемый информационный низкочастотный (например, речевой) сигнал, S_0 — амплитуда несущего колебания, $0 \leq m \leq 1$ — глубина модуляции, ψ_0 — начальная фаза АМ сигнала. Матрицу чисел перехода для простой марковской модели для сигнала с аналоговой АМ (2.25), (2.26) можно получить методом статистического имитационного моделирования. В программе формируется случайный низкочастотный модулирующий сигнал $S_{II}(t)$ со спектром амплитуд $G(f)$ (рисунок 2.12, а) и затем АМ сигнал (рисунок 2.12, б), к нему добавляется аддитивный шум и их смесь дискретизируется с частотой f_d . По отсчетам $z_n, n = \overline{1, N}$, определяются числа перехода l_{ij} от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ при $M = 64$, трехмерная диаграмма их матрицы показана на рисунок 2.12, в).

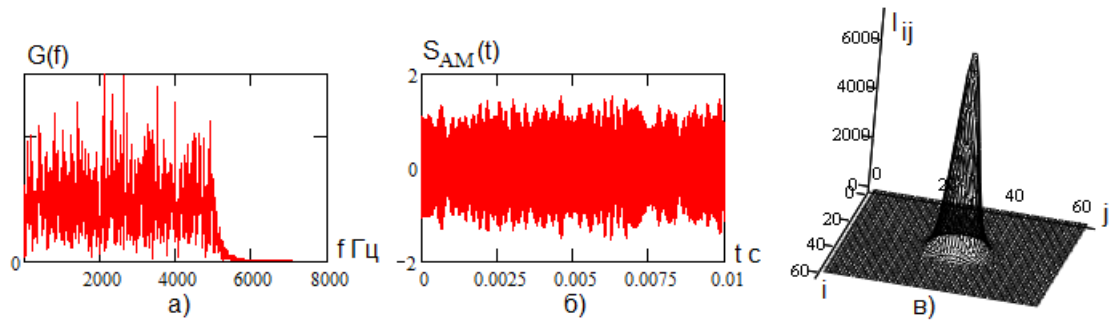


Рисунок 2.12. Моделирование АМ сигнала

На рисунке 2.13, а показаны аналогичные результаты для сигнала с аналоговой частотной модуляцией (ЧМ), а на рисунке 2.13, б — с двоичной частотной манипуляцией.

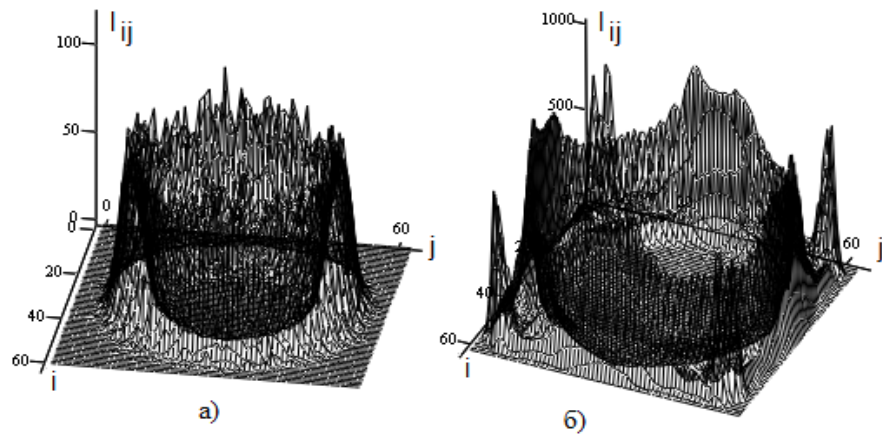


Рисунок 2.13. Моделирование аналогового (а) и цифрового (б) ЧМ сигнала

Матрицы чисел перехода l_{ij} можно получить по экспериментальным записям отсчетов АЦП сигналов с выхода тракта ПЧ радиоприемника. На рисунке 2.14 приведены диаграммы l_{ij} для аналоговых сигналов вещательных радиостанций с аналоговой АМ при числе уровней квантования $M = 64$.

В современных системах передачи информации широко используется цифровая обработка радиосигнала после его преобразования с помощью DOWN-конвертера (DDC) [47], который понижает центральную частоту сигнала (в том числе и до 0) и формирует два квадратурных канала, как показано на рисунке 2.15.

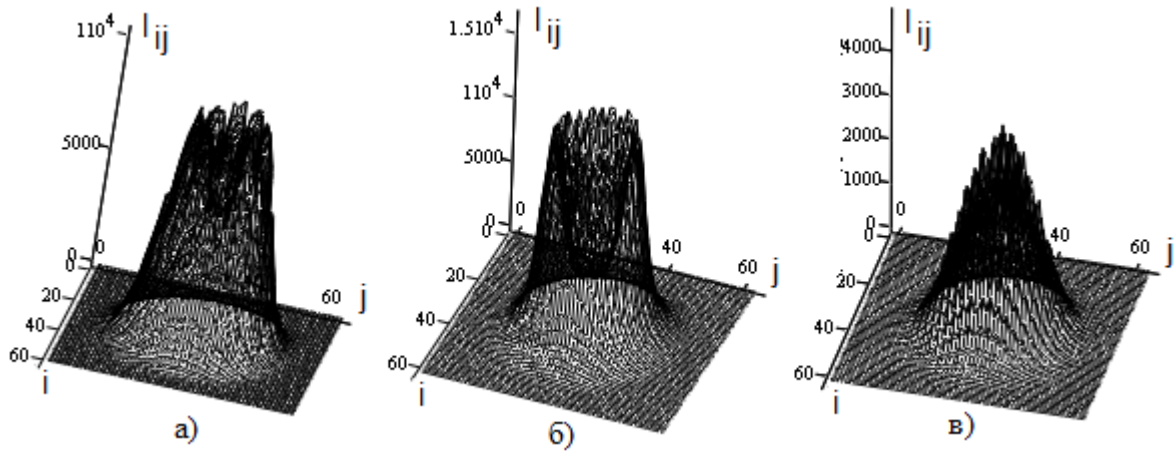


Рисунок 2.14. Матрицы чисел переходов для экспериментального сигнала с АМ

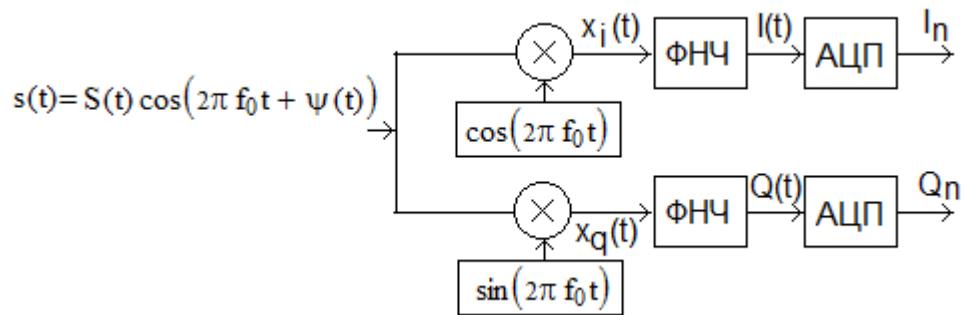


Рисунок 2.15. Формирование квадратурных каналов обработки сигнала

Входной сигнал умножается на два квадратурных (сдвинутых по фазе на 90°) колебания $\cos(2\pi f_0 t)$ и $\sin(2\pi f_0 t)$, в результате формируются два квадратурных сигнала

$$x_i(t) = S(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \psi(t)) \cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2} S(t) \cdot \cos(\psi(t)) + \frac{1}{2} S(t) \cos(4\pi f_0 t + \psi(t)), \quad (2.27)$$

$$x_q(t) = S(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \psi(t)) \sin(2\pi f_0 t) = -\frac{1}{2} S(t) \cdot \sin(\psi(t)) + \frac{1}{2} S(t) \sin(4\pi f_0 t + \psi(t)), \quad (2.28)$$

каждый из которых содержит низкочастотную составляющую (первые слагаемые) и компоненту с удвоенной частотой (вторые слагаемые). На выходы фильтров нижних частот (ФНЧ) передаются только низкочастотные слагаемые, в результате формируются два низкочастотных квадратурных сигнала

$$I(t) = \frac{1}{2} S(t) \cdot \cos(\psi(t)), \quad (2.29)$$

$$Q(t) = -\frac{1}{2} S(t) \cdot \sin(\psi(t)). \quad (2.30)$$

Они поступают в соответствующие АЦП, на входах которых образуются последовательности отсчетов I_n и Q_n квадратурных сигналов (n — номер отсчета), для которых могут быть построены марковские модели. На рис. 2.16 в верхней левой части показаны примеры реализаций сигналов двух квадратурных каналов с выходов DOWN-конвертера для сигнала с узкополосной аналоговой ЧМ,

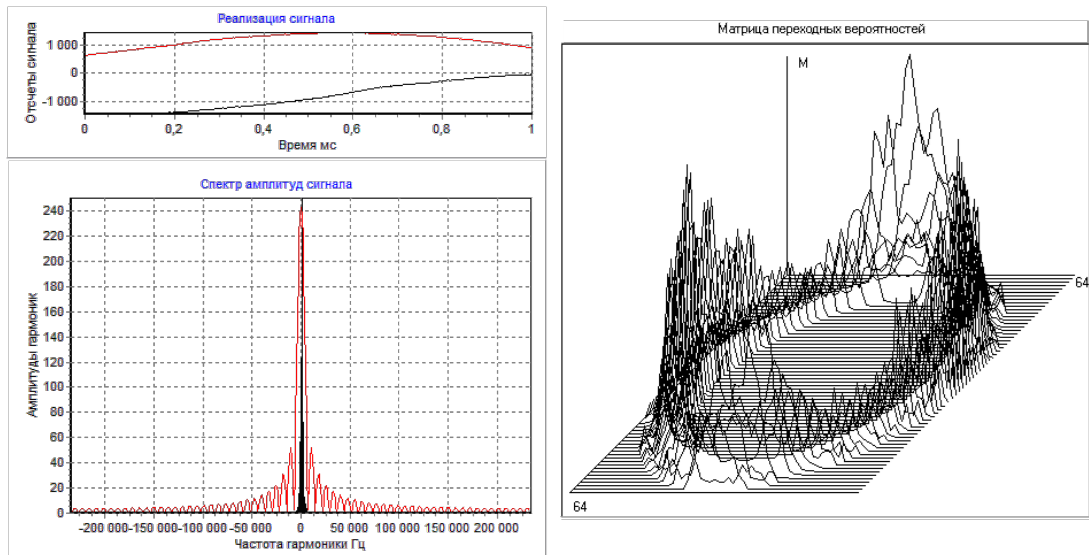


Рисунок 2.16. Модель ЧМ сигнала с выхода DOWN-конвертера

В нижней части рис. 2.16 показан его амплитудный спектр (волнистая линия показывает АЧХ частотного фильтра), а справа представлена трехмерная диаграмма матрицы чисел перехода при $M=64$.

Приведенные примеры простых марковских моделей различных информационных сигналов показывают, что трехмерные диаграммы чисел перехода l_{ij} имеют коническую форму (возможно с провалом в вершине) или форму полого цилиндра.

Целесообразно разработать аналитическую марковскую модель такого рода

сигналов в виде совместного распределения вероятностей $P(i, j)$ соседних значений дискретного сигнала, исходя из которого можно определить все остальные характеристики.

В качестве аналитической модели [108] двумерной плотности вероятностей $w(x, y)$ соседних значений случайного процесса x и y можно использовать выражение

$$w(x, y) = A \exp[a(x^2 + by^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right], \quad (2.31)$$

A — нормирующий множитель, a, b, d — параметры модели,

$$A = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[a(x^2 + by^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right] dx dy}, \quad (2.32)$$

тогда из (2.31) получим

$$w(x, y) = \frac{A \exp[a(x^2 + by^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[a(x^2 + by^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right] dx dy}, \quad (2.33)$$

При $b=1$ выражение упрощается и становится симметричным, линии уровня в плоскости (x, y) становятся окружностями,

$$w(x, y) = \frac{\exp[a(x^2 + y^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[a(x^2 + y^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right] dx dy}, \quad (2.34)$$

На рисунке 2.17 представлена панорама трехмерных графиков плотности вероятностей $w(x, y)$ (2.33) при различных значениях параметров модели.

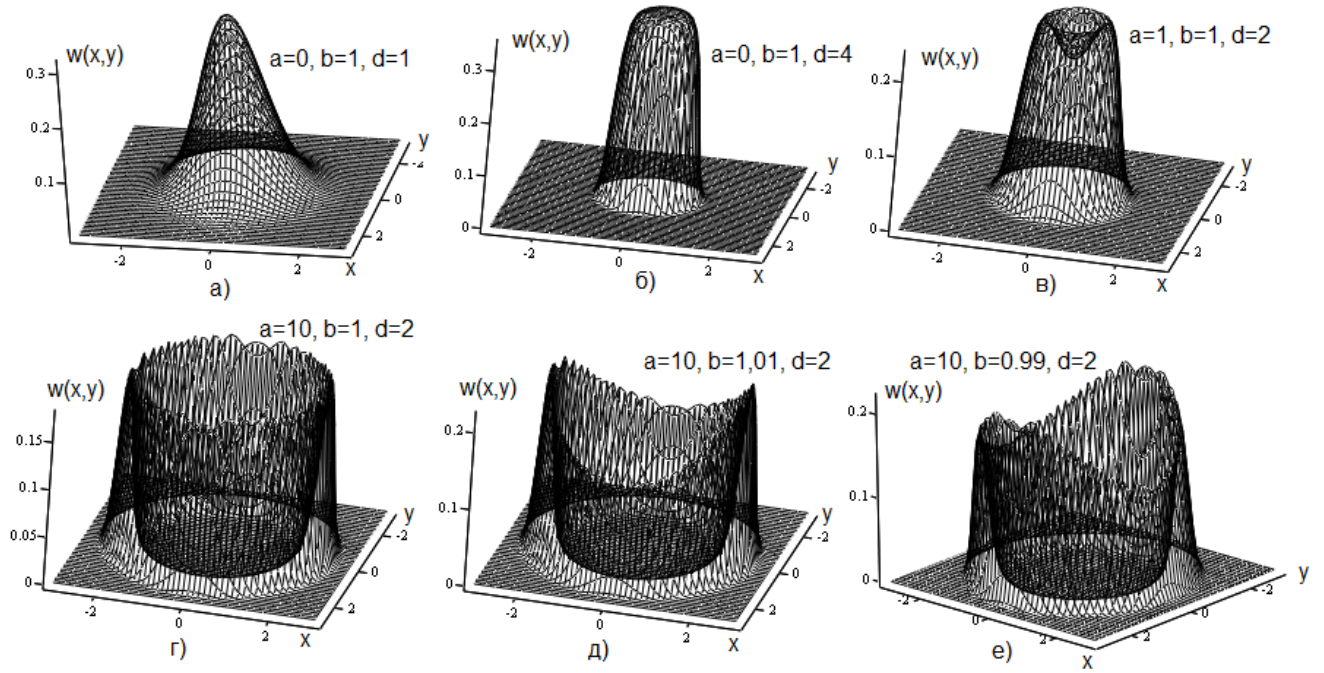


Рисунок 2.17. Трехмерные диаграммы плотности вероятностей универсальной модели

Как видно, параметр a определяет форму поверхности, коническую при $a=0$, или с провалами вершины $a = 1 \div 3$ и далее с глубоким провалом ($a=10$). Параметр d определяет крутизну скатов конической или цилиндрической поверхности. Величина b находится в окрестности 1 и определяет срез одной из сторон цилиндрической поверхности. Сравнивая графики на рис. 2.17 с полученными ранее диаграммами чисел перехода для ритмограмм и радиосигналов, нетрудно убедиться в хорошем совпадении их формы, что свидетельствует об эффективности предложенной модели. Обозначив

$$\begin{cases} x = \rho \cos(\varphi), \\ y = \rho \sin(\varphi), \end{cases} \quad (2.35)$$

получим $\rho^2 = x^2 + y^2$ и из (2.35) следует

$$w(\rho, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp[a\rho^2] \cdot \exp[-\rho^{2d}]}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[a\rho^2] \cdot \exp[-\rho^{2d}] d\rho} = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp[a\rho^2 - \rho^{2d}]}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[a\rho^2 - \rho^{2d}] d\rho}. \quad (2.36)$$

Плотность вероятностей (2.36) равномерна в области $\varphi = \overline{0, 2\pi}$. Одномерная плотность вероятностей $w(\rho)$ равна

$$w(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\rho, \varphi) d\varphi = \frac{\exp[a\rho^2 - \rho^{2d}]}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[a\rho^2 - \rho^{2d}] d\rho}. \quad (2.37)$$

На рисунке 2.18 показаны зависимости $w(\rho)$ для различных значений параметров.

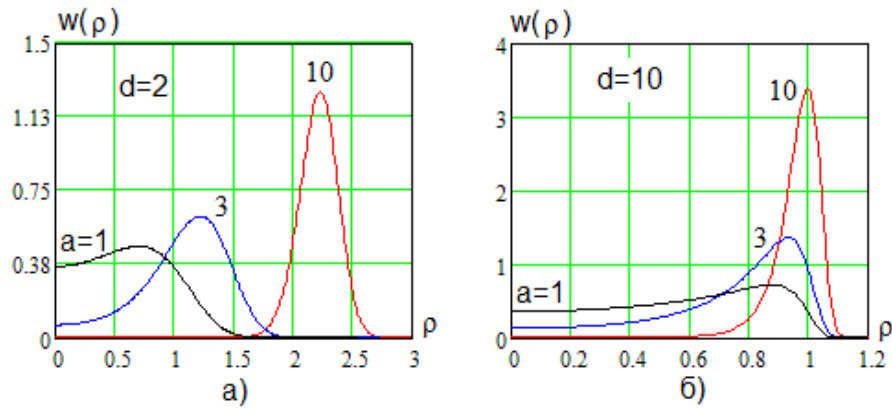


Рисунок 2.18. Зависимости $w(\rho)$ (2.39)

Как видно, функция $w(\rho, \varphi)$ имеет минимум при $\rho = 0$, то есть при $x = 0$ и $y = 0$, и максимум при

$$\rho_{MAX} = \left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{1}{2(d-1)}}. \quad (2.38)$$

или в координатах (x, y) на окружности с радиусом ρ_{MAX} ,

$$x^2 + y^2 = \rho_{MAX}^2. \quad (2.39)$$

Преобразуем модель (2.34) к нормированным координатам

$$\begin{cases} u = \rho_{MAX} x, \\ v = \rho_{MAX} y, \end{cases} \quad (2.40)$$

тогда получим

$$w(u, v) = \frac{\rho_{MAX}^2 \exp[a \rho_{MAX}^2 (u^2 + v^2)] \cdot \exp\left[-\rho_{MAX}^{2d} (u^2 + v^2)^d\right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[a(x^2 + y^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right] dx dy}. \quad (2.41)$$

На рисунке 2.19 показаны зависимости $w(u, v)$ для различных a и d , а на рисунке 2.20 зависимости $w(u, 0)$ — сечения $w(u, v)$. Поверхность $w(u, v)$ является результатом вращения кривой $w(u, 0)$ вокруг оси ординат.

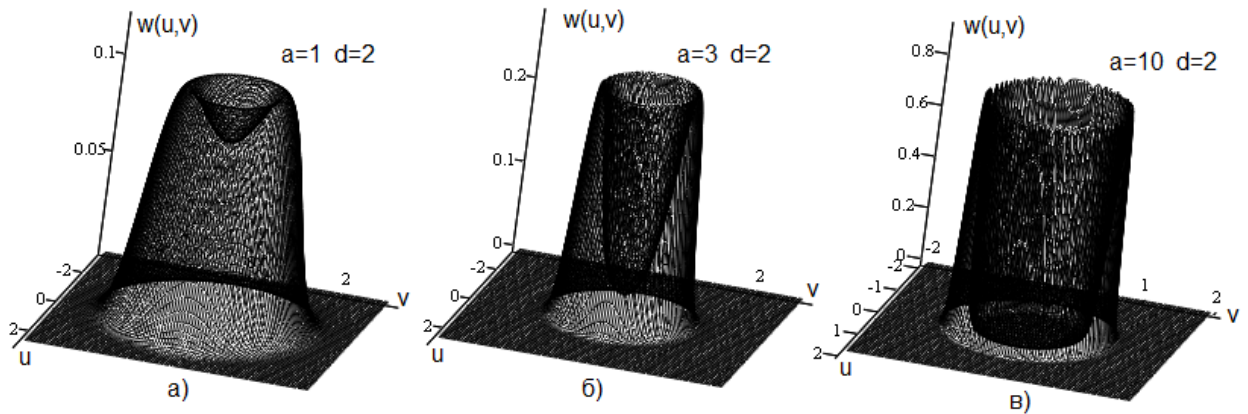


Рисунок 2.19. Зависимости $w(u, v)$ (2.41)

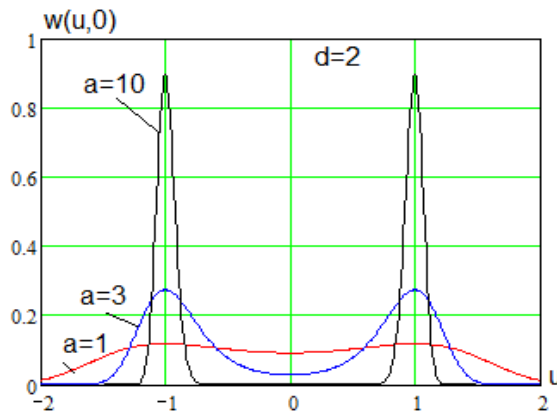


Рисунок 2.20. Зависимости $w(u, 0)$

Как видно, нормированная плотность вероятностей (2.41) достигает максимума в точках на окружности радиуса 1. Модель (2.41) реализует симметричную поверхность с линиями уровня в виде окружности.

Модель (2.41) можно усложнить [107], введя дополнительный параметр b , как и в модели (2.33), в результате получим

$$w(u, v) = \frac{\rho_{MAX}^2 \exp[a \rho_{MAX}^2 (u^2 + bv^2)] \cdot \exp\left[-\rho_{MAX}^{2d} (u^2 + v^2)^d\right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[a(x^2 + y^2)] \cdot \exp\left[-(x^2 + y^2)^d\right] dx dy}. \quad (2.42)$$

В этом случае условия нормировки сохраняются только при $b=1$, но появляется возможность построить модель со срезанными гранями цилиндрической поверхности, как для радиосигналов с ЧМ. Примеры диаграмм (2.42) показаны на рисунке 2.21.

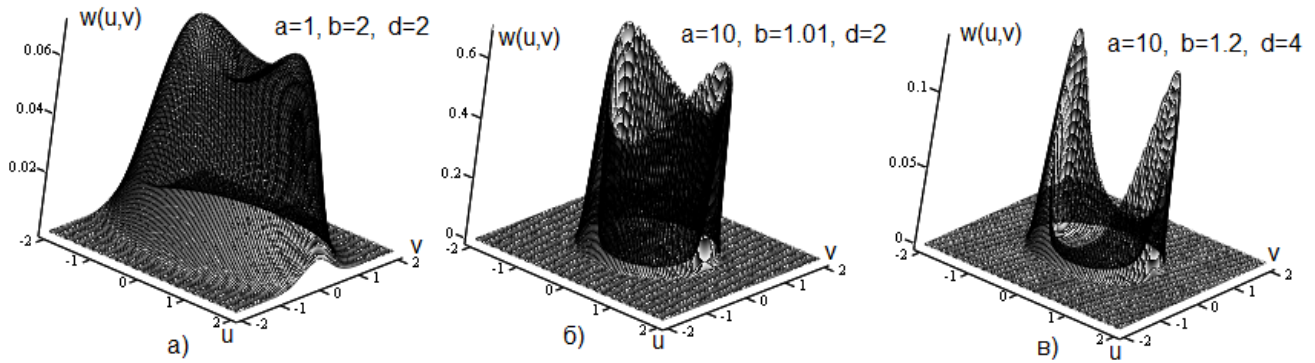


Рисунок 2.21. Примеры диаграмм совместных вероятностей

Как видно, характеристики модели с точки зрения нормировки вполне удовлетворительны.

Для формирования двухсвязных марковских моделей необходим в M раз больший объем выборки отсчетов информационного сигнала по сравнению с простой цепью Маркова. При обработке ритмограмм необходим значительный объем классифицированных записей, что затрудняет формирование их двухсвязных моделей.

Высокочастотные радиосигналы позволяют получить выборки необходимого объема. В качестве примера рассмотрим радиосигнал с широкополосной ЧМ. Его простая марковская модель (диаграмма чисел перехода l_{ij}) показана на рисунке 2.13. На рисунке 2.22, а показана трехмерная диаграмма чисел перехода $l_{(i+Mk)j}$ этого сигнала при $M=32$. Как видно, она существенно отличается от модели простой цепи Маркова, наблюдается зависимость пары соседних отсчетов (i, j) от предшествующего значения k и «лепестки» диаграммы имеют различную форму, зависящую от k , о чем свидетельствуют фрагменты трехмерной модели на рисунках 2.22, б — 2.22, е.

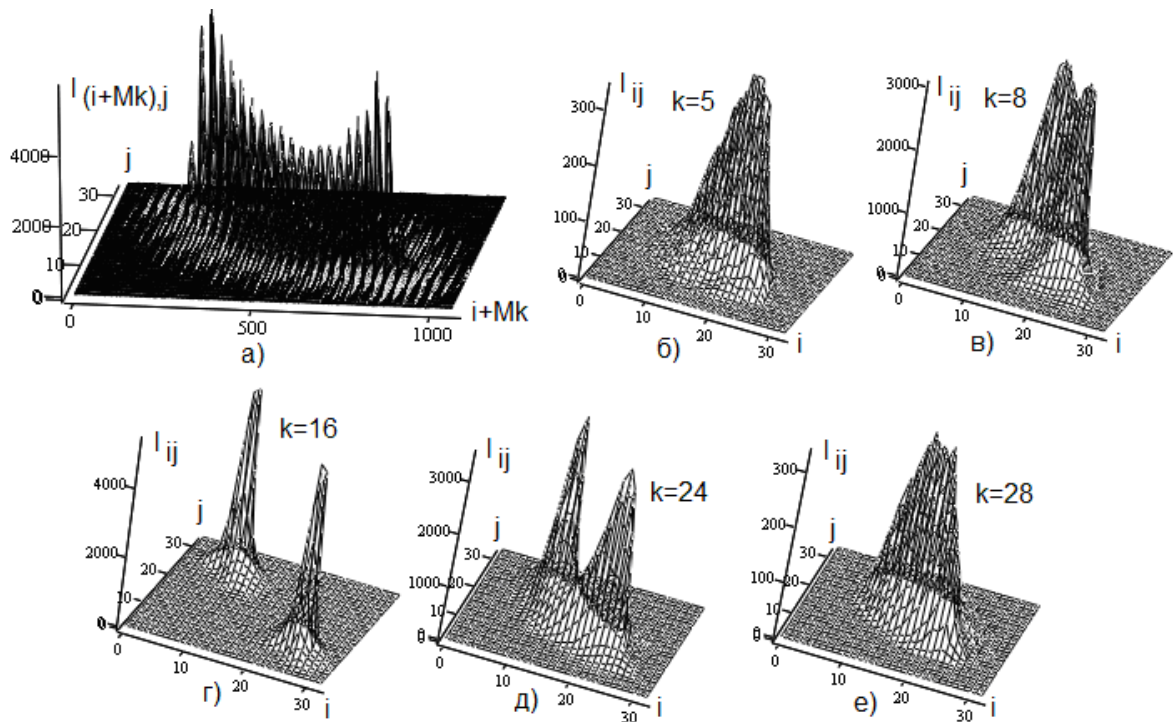


Рисунок 2.22. Модель радиосигнала с широкополосной ЧМ

Таким образом, двухсвязная марковская модель информационных сигналов значительно глубже отображает их статистические свойства по сравнению с простой марковской цепью.

Случайные события (отсчеты случайного процесса) характеризуются неопределенностью своего появления. В качестве меры неопределенности принята энтропия по К. Шеннону [65 — 69]. Если имеется источник случайных сообщений x_i (в

рассматриваемом случае — отсчетов сигнала), которые появляются с вероятностями p_i , $i = \overline{1, M}$, M — их число, то энтропия равна

$$H(x) = - \sum_{i=1}^M p_i \cdot \log_2(p_i) \quad (2.43)$$

и измеряется в битах.

Энтропия неотрицательна, ее максимальное значение достигается для равновероятных отсчетов $p_i = 1/M$ и равно [65]

$$H_{\max}(x) = \log_2(M). \quad (2.44)$$

Минимальное значение энтропии равно нулю и достигается для вырожденного распределения вероятностей, у которого одно из значений равно 1, а остальные — 0.

На рисунке 2.23 показан пример одномерного нормального распределения вероятностей отсчетов p_i при $M=32$, соответствующая энтропия (2.43) равна 4,05 бита, максимально возможное значение энтропии (2.44) равно 5 бит.

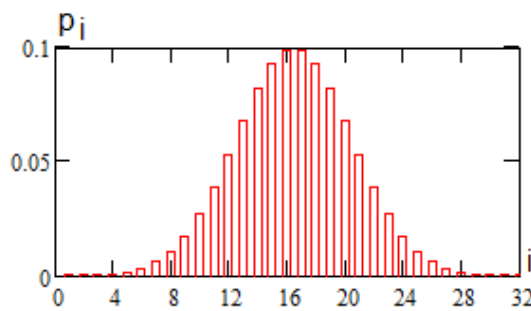


Рисунок 2.23. Одномерное нормальное распределение вероятностей

Если имеется два отсчета $x_i = i$ и $y_j = j$, $i, j = \overline{1, M}$, то их свойства описываются совместным распределением вероятностей $p(x, y)$, а общая неопределенность равна

$$H(x, y) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M p(x_i, y_j) \cdot \log_2(p(x_i, y_j)). \quad (2.45)$$

Ее минимальное значение равно нулю для вырожденного распределения вероятностей, а максимум достигается при независимых и равновероятных отсчетах и равен

$$H_{\max}(x, y) = 2 \cdot \log_2(M). \quad (2.46)$$

Для отсчетов с двумерным нормальным распределением вероятностей вида (2.1) при нулевом коэффициенте корреляции (рис. 2.6) и $N=32$ энтропия равна 8,1 бит (максимальное значение при равновероятных отсчетах 10 бит). При коэффициенте корреляции $r=0,5$ энтропия уменьшается до 7,89 бит, а при $r=0,9$ — 6,93 бит.

Совместная энтропия $H(x, y)$ (2.45) равна

$$H(x, y) = H(x) + H(y/x), \quad (2.47)$$

где $H(y/x)$ — условная энтропия y при известном x ,

$$H(y/x) = - \sum_{i=1}^M p(x_i) \sum_{j=1}^M p(y_j/x_i) \log_2(p(y_j/x_i)) = - \sum_{i=1}^M p_i \sum_{j=1}^M p_{ij} \log_2(p_{ij}), \quad (2.48)$$

$p(y_j/x_i) = p_{ij}$ — условная вероятность значения y_j при заданном x_i , которая в марковской модели называется переходной вероятностью.

Для модели двумерного нормального процесса при коэффициенте корреляции $r=0,5$ энтропия отсчета $H(x) = 4,05$ бит и $H(y/x) = 3,84$ бит.

Применительно к марковской модели условная энтропия $H(y/x)$ является усредненной мерой неопределенности для матрицы переходных вероятностей.

В теории информации [69, 70] вводится понятие информационной дивергенции (от лат. *divergere* — обнаруживать расхождение), которая определяется для

двух распределений вероятностей p_i и q_i , $i = \overline{1, M}$ в виде

$$D(p, q) = \sum_{i=1}^M p_i \log_2 \left(\frac{p_i}{q_i} \right). \quad (2.49)$$

Эта величина не является энтропийной (информационной) характеристикой, но оценивает различимость распределений вероятностей p и q .

Информационную дивергенцию называют также расстоянием Кульбака-Лейблера [70]. Она является несимметричной мерой удаленности друг от друга двух распределений вероятностей.

Из (2.49) можно записать

$$D(p, q) = - \sum_{i=1}^M p_i \log_2(q_i) + \sum_{i=1}^M p_i \log_2(p_i) = H(p, q) - H(p). \quad (2.50)$$

где

$$H(p) = - \sum_{i=1}^M p_i \log_2(p_i) \quad (2.51)$$

— энтропия случайного процесса с распределением вероятностей p_i , $i = \overline{1, M}$, а

$$H(p, q) = - \sum_{i=1}^M p_i \log_2(q_i) \quad (2.52)$$

— перекрестная энтропия процессов с распределениями вероятностей p_i и q_i , $i = \overline{1, M}$. Для перекрестной энтропии получим

$$H(p, q) = H(p) + D(p, q), \quad (2.53)$$

то есть она равна сумме энтропии исходного процесса с распределением вероятностей p_i , $i = \overline{1, M}$ и расстояния Кульбака-Лейблера между p_i и q_i , $i = \overline{1, M}$.

Доказано [69], что $D(p, q) \geq 0$ и $D(p, q) \neq D(q, p)$.

Расстояние Кульбака-Лейблера используется, например, при анализе, моделировании и кластеризации речевых сигналов [70].

Информационную дивергенцию можно использовать для сравнительного анализа строк матрицы переходных вероятностей p_{ij} , тогда можно сформировать матрицу информационных дивергенций марковской модели сигнала,

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^M p_{ik} \log_2 \left(\frac{p_{ik}}{p_{jk}} \right). \quad (2.54)$$

Если строки матрицы p_{ij} одинаковы (соседние пары отсчетов независимы), то все значения $D_{ij}=0$. При наличии статистической зависимости отсчетов сигнала $D_{ij} \geq 0$ при нулевых элементах главной диагонали $D_{ii}=0$. В качестве общей характеристики целесообразно использовать среднее значение дивергенции

$$D_{CP} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M D_{ij}. \quad (2.55)$$

На рисунке 2.24, а приведена трехмерная диаграмма матрицы информационных дивергенций D_{ij} для матрицы переходных вероятностей нормального случайного процесса (2.1) при $N=64$ и $r=0,5$, а на рисунке 2.31, б — при $r=0,9$.

Как видно, форма поверхности сохраняется, но численные значения дивергенции увеличиваются (повышается различимость строк матрицы p_{ij}), средние значения D_{CP} соответственно равны 2,47 и 30,3.

На рисунке 2.25, а приведены диаграммы двумерной плотности вероятностей, близкой к аналогичной характеристике сигналов с амплитудной модуляцией, матрицы переходных вероятностей (рисунок 2.25, б) и матрицы информационных дивергенций D_{ij} для модели (2.41) (рисунок 2.25, в) при $N=64$ и указанных параметрах модели, среднее значение $D_{CP}=0,205$.

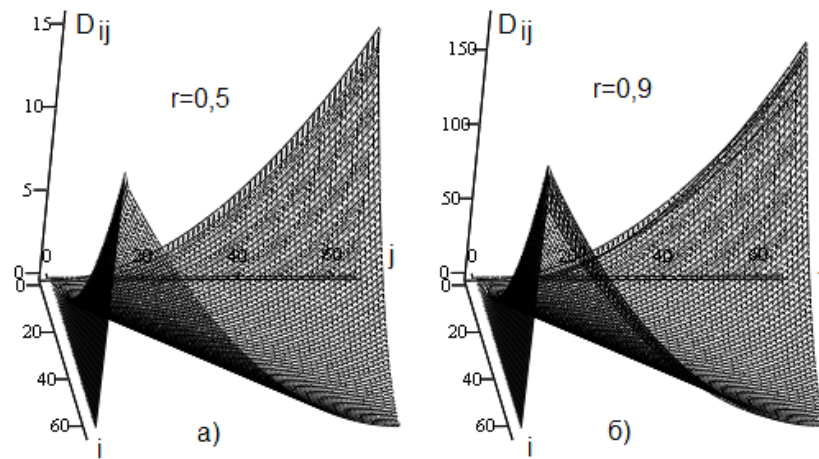


Рисунок 2.24. Трехмерная диаграмма матрицы информационных дивергенций

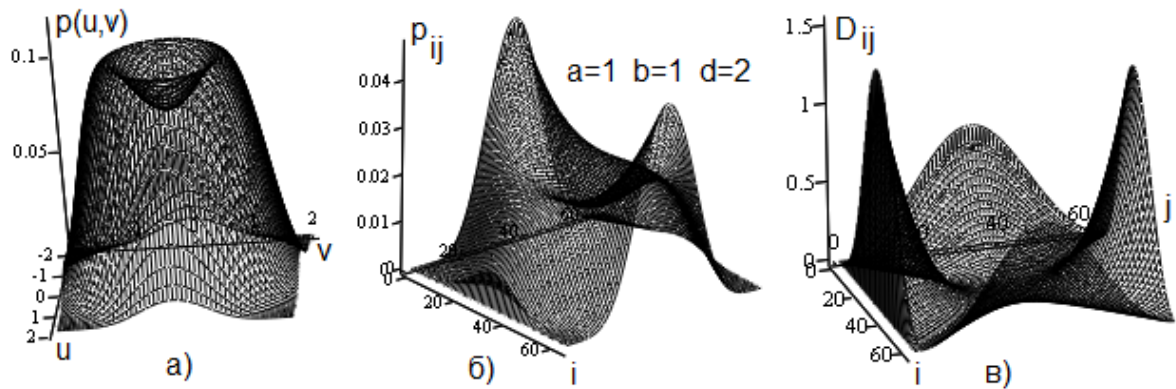


Рисунок 2.25. Трехмерные диаграммы для сигналов с АМ

На рисунке 2.26 приведены аналогичные диаграммы при указанных параметрах модели, близкой для сигналов с частотной модуляцией, при этом $D_{CP}=11,2$.

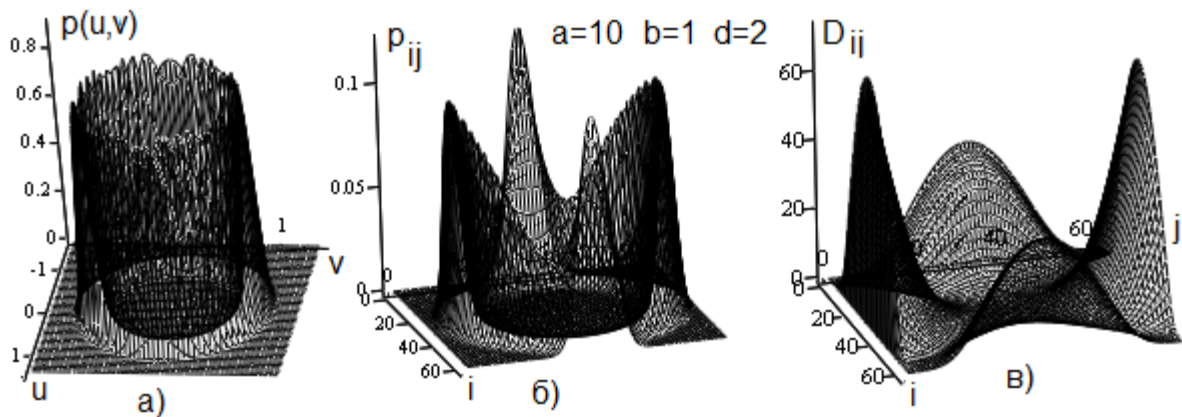


Рисунок 2.26. Трехмерные диаграммы для сигналов с ЧМ

Приведенные результаты свидетельствуют о целесообразности энтропийных и информационных оценок свойств марковских моделей сигналов.

Рассмотренные энтропийные величины могут использоваться для анализа характеристик алгоритма классификации информационных сигналов на основе их марковских моделей.

2.4. Формирование моделей классов

Для определения принадлежности наблюдаемой выборки $\{z_n\}$ отсчетов z_n , $n = \overline{1, N}$, сигнала соответствующему классу необходимо построить модели классов. В простейшем случае описание k -го класса, ($k = \overline{1, K}$, K — число классов) можно построить на основе цепи Маркова в виде матрицы переходных вероятностей $\left[p_{ij}^{(k)}\right]$.

Для принятия решения необходимо сформировать метрику пространства классов $L_k\left(\left[p_{ij}^{(k)}\right], \{z_n\}\right)$, зависящую от модели класса и поступившей выборки отсчетов, по минимальным значениям которой выбирается ближайший к выборке класс, как показано на рисунке 2.27, а. В этом примере принимается решение о принадлежности выборки классу с номером $k=2$ (L_2 — наименьшее расстояние от выборки до модели класса).

Класс может описываться несколькими матрицами, которые определяют область в координатах $L_k\left(\left[p_{ij}^{(k)}\right], \{z_n\}\right)$, в которой принимается решение о принадлежности выборки (в примере на рисунке 2.27, б это класс с номером 2). Можно ввести усредненную матрицу $\left[p_{ij}^{(k)}\right]_{CP}$, которая определяет «центр» класса (рисунок 2.27, б).

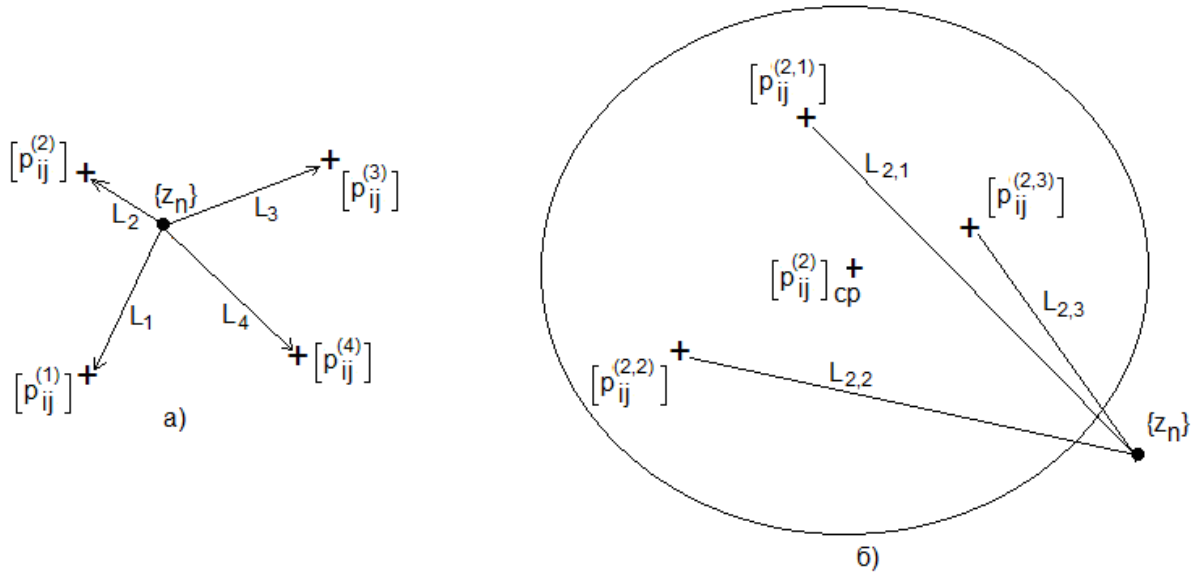


Рисунок 2.27. Метрика решающих статистик

На практике марковские модели классов формируются по экспериментальным выборкам отсчетов сигнала z_n , $n = \overline{1, N}$, для которых известна их принадлежность (обучение «с учителем») или их группирование по классам производится по подобию моделей (режим самообучения).

Для простой цепи Маркова определяются числа l_{ij} переходов отсчетов z_n от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{2, N}$, по которым вычисляются оценки переходных вероятностей (2.5), которые можно записать в виде

$$\tilde{p}_{ij} = \frac{l_{ij} + a}{\sum_{k=1}^M l_{ik} + Ma}, \quad (2.56)$$

где, в отличие от (2.5), введена константа a , например, $a=1$. Оценка (2.56) исключает нулевые значения при $l_{ij} = 0$, $j = \overline{1, M}$.

Для двухсвязной марковской модели экспериментально определяются числа перехода l_{kij} значений последовательности отсчетов z_n от $z_{n-2} = k$ и $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{3, N}$, по которым на основе (2.17) по аналогии с (2.56) оцениваются переходные вероятности в виде

$$\tilde{P}_{kij} = \frac{l_{kij} + a}{\sum_{v=1}^M l_{kiv} + Ma}. \quad (2.57)$$

Выбор величины a может быть проведен по результатам работы конкретной системы классификации с точки зрения минимизации вероятности ошибочных решений.

2.5. Выводы по второй главе

1. Рассмотрены простые марковские модели информационных сигналов и свойства матриц переходных вероятностей. Показаны возможности описания с их помощью разнообразных статистических свойств сигналов.

2. Рассмотрена двухсвязная марковская модель информационных сигналов, предложено ее математическое представление, позволяющее существенно расширить возможности описания тонких вероятностных свойств сигналов.

3. На примерах марковских моделей ритмограмм и радиосигналов показаны их разнообразие и сложность внутренней структуры.

4. Предложена универсальная аналитическая модель двумерной плотности вероятностей значений радиосигнала (аппроксимация простых марковских моделей), показаны ее широкие возможности при описании сложных статистических свойств сигналов.

5. Рассмотрены информационные свойства матриц переходных вероятностей, возможности энтропийного описания модели с точки зрения неопределенности смены значений отсчетов.

6. Предложено использовать величину информационной дивергенции и перекрестной энтропии для описания свойств марковской модели.

7. Разработана методика формирования моделей классов для простой и двухсвязной цепи Маркова.

8. Разработан алгоритм формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами, отличающийся возможностью получения потока данных с произвольным двумерным распределением вероятностей, определяемым соответствующей марковской моделью. Алгоритм формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами обеспечивает формирование потока данных с произвольным двумерным и трехмерным распределением вероятностей на основе марковской модели и обучающих выборок для систем машинного обучения.

3. АЛГОРИТМ КЛАССИФИКАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ИХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

3.1. Апостериорные вероятности классов

В теории статистических решений [1 — 10, 19, 47 — 49] широко применяется алгоритм принятия решения по максимуму апостериорной вероятности принадлежности полученной выборки отсчетов сигнала соответствующему классу.

Пусть получена выборка из N отсчетов $z_1, z_2, \dots, z_N$ сигнала $s(t)$, тогда апостериорная вероятность ее принадлежности классу G_k определяется выражением

$$P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N) = \frac{P(G_k) \cdot P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_k)}{P(z_1, z_2, \dots, z_N)}, \quad (3.1)$$

где $P(G_k)$ — априорная вероятность появления выборки из k -го класса, $P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_k)$ — вероятность появления заданной выборки при условии ее принадлежности классу G_k , а $P(z_1, z_2, \dots, z_N)$ — безусловная вероятность появления выборки. Если в выборке из класса G_k присутствует переход от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$, то он возникает с вероятностью перехода $p_{ij}^{(k)}$, а если число таких переходов равно l_{ij} , то вероятность этого равна $\left[p_{ij}^{(k)}\right]^{l_{ij}}$. Тогда для условной вероятности выборки получим

$$P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_k) = p_{z_1}^{(k)} \cdot \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^M \left[p_{ij}^{(k)}\right]^{l_{ij}}, \quad (3.2)$$

$p_{z_1}^{(k)}$ — вероятность появления начального значения z_1 в выборке из класса G_k .

Вероятность (3.2) можно представить в виде

$$P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_k) = p_{z_1}^{(k)} \cdot 2^{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij} \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}}. \quad (3.3)$$

Введем обозначение

$$L_k = L_k(z_1, z_2, \dots, z_N) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij} \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}, \quad (3.4)$$

тогда из (3.3) можно записать выражение для условной вероятности появления полученной выборки отсчетов в классе G_k ,

$$P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_k) = p_{z_1}^{(k)} \cdot 2^{-L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)}. \quad (3.5)$$

Безусловная вероятность появления этой выборки равна

$$\begin{aligned} P(z_1, z_2, \dots, z_N) &= \sum_{m=1}^K P(G_m) \cdot P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_m) = \\ &= \sum_{m=1}^K p_{z_1}^{(m)} \cdot P(G_m) \cdot 2^{-L_m(z_1, z_2, \dots, z_N)}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В результате апостериорная вероятность принадлежности полученной выборки классу G_k равна

$$P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N) = \frac{p_{z_1}^{(k)} \cdot P(G_k) \cdot 2^{-L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{\sum_{m=1}^K p_{z_1}^{(m)} \cdot P(G_m) \cdot 2^{-L_m(z_1, z_2, \dots, z_N)}}. \quad (3.7)$$

Вероятности начальных значений отсчетов $p_{z_1}^{(k)}$ в классе G_k являются стационарными (финальными) вероятностями P_j^∞ марковской модели $[p_{ij}^{(k)}]$ согласно

(1.14), (1.15), при $z_1 = j$

$$p_{z_1}^{(k)} = P_j^\infty. \quad (3.8)$$

В ряде случаев целесообразно принять равновероятные значения

$$p_{z_1}^{(k)} = \frac{1}{M}. \quad (3.9)$$

Вероятности классов $P(G_k)$ могут определяться экспериментально в процессе длительных наблюдений реализаций различных сигналов. Если эти сведения отсутствуют, можно выбрать равновероятное распределение,

$$P(G_k) = \frac{1}{K}, \quad (3.10)$$

K — число классов.

При равновероятных условиях (3.9) и (3.10) из (3.7) получим

$$P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N) = \frac{2^{-L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{\sum_{k=1}^K 2^{-L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)}}. \quad (3.11)$$

Как видно, вероятность $P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N)$ зависит главным образом от величин L_k (3.4), которые определяют «расстояние» между принятой выборкой отсчетов сигнала и моделью соответствующего класса и задают метрику, в которой принимается классификационное решение. Величину L_k целесообразно назвать решающей статистикой марковской модели информационного сигнала, в ней содержится практически вся необходимая информация для принятия решения.

В байесовской теории статистических решений [1] широко используется отношение правдоподобия двух гипотез о принадлежности выборки к классам G_{k1} или G_{k2} в виде

$$\eta_{k1,k2} = \frac{P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_{k1})}{P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_{k2})}, \quad (3.12)$$

которое с учетом (3.5) можно записать в виде

$$\eta_{k1,k2} = \frac{p_{z_1}^{(k1)} \cdot 2^{-L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{p_{z_1}^{(k2)} \cdot 2^{-L_{k2}(z_1, z_2, \dots, z_N)}}. \quad (3.13)$$

Двухсвязная марковская модель описывается матрицей-столбцом квадратных матриц (2.10) переходных вероятностей P_{kij} появления текущего значения $z_n = j$ (в момент времени t_n) при условии предшествующих значений $z_{n-1} = i$ и $z_{n-2} = k$, $i, j, k = \overline{1, M}$.

Аналогично предыдущему, если в выборке из класса G_m с номером m присутствует переход от $z_{n-2} = k$ и $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$, то он возникает с вероятностью перехода $p_{kij}^{(m)}$, а если число таких переходов равно l_{kij} , то вероятность этого равна $[p_{kij}^{(m)}]^{l_{kij}}$. Тогда для условной вероятности выборки отсчетов $z_1, z_2, \dots, z_N$ из класса G_m получим

$$P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_m) = p_{z_1}^{(m)} \cdot \prod_{k=1}^M \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^M [p_{kij}^{(m)}]^{l_{kij}}, \quad (3.14)$$

$p_{z_1}^{(m)}$ — вероятность появления начального значения z_1 в выборке из класса G_m , и аналогично (3.3) из (3.14) можно записать

$$P(z_1, z_2, \dots, z_N / G_m) = p_{z_1}^{(m)} \cdot 2^{\sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log_2 p_{kij}^{(m)}}. \quad (3.15)$$

Подобно (3.4) обозначив

$$L_m = L_m(z_1, z_2, \dots, z_N) = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log P_{kij}^{(m)}, \quad (3.16)$$

получим выражение для апостериорной вероятности принадлежности полученной выборки классу G_m ,

$$P(G_m / z_1, z_2, \dots, z_N) = \frac{p_{z_1}^{(m)} \cdot P(G_m) \cdot 2^{-L_m(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{\sum_{m=1}^K p_{z_1}^{(m)} \cdot P(G_m) \cdot 2^{-L_m(z_1, z_2, \dots, z_N)}}. \quad (3.17)$$

Как видно, выражения для апостериорных вероятностей в простой и двухсвязной цепи Маркова совпадают, что позволяет построить для них общий алгоритм классификации наблюдаемых информационных сигналов.

3.2. Алгоритм классификации

Задачей классификации является выявление принадлежности наблюдаемой выборки $z_1, z_2, \dots, z_N$ классу G_k согласно решающему правилу (критерию). Известны различные варианты решающих правил [1]. В рассматриваемом случае целесообразно использовать критерий максимальной апостериорной вероятности: принимается решение о принадлежности выборки классу G_{k0} с номером $k0$, если ему соответствуем наибольшая вероятность $P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N)$ (3.7) или (3.17) для всех $k \neq k0$,

$$P(G_{k0} / z_1, z_2, \dots, z_N) = \max_{k \neq k0} (P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N)). \quad (3.18)$$

В терминах отношения правдоподобия решающее правило можно записать в виде [1]

$$\eta_{k0,k} \geq \frac{P(G_k)}{P(G_{k0})}, k = \overline{1, M}, k \neq k_0. \quad (3.19)$$

Часто удобнее пользоваться логарифмом отношения правдоподобия, тогда решающее правило приобретает вид

$$\ln(\eta_{k0,k}) \geq \ln\left(\frac{P(G_k)}{P(G_{k0})}\right), k = \overline{1, M}, k \neq k_0. \quad (3.20)$$

Согласно (3.7), решающее правило (3.18) требует для простой цепи Маркова принимать решение по наименьшей величине

$$L_k = -\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij} \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}. \quad (3.21)$$

Аналогично из (3.17) в двухсвязной марковской модели необходимо принимать решение по наименьшей величине

$$L_m = L_m(z_1, z_2, \dots, z_N) = -\sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log P_{kij}^{(m)}. \quad (3.22)$$

Значения (3.21) и (3.22) являются **решающими статистиками**.

Удобнее пользоваться логарифмом отношения правдоподобия, тогда

$$L_k(z_1, z_2, \dots, z_N) - L_{k0}(z_1, z_2, \dots, z_N) \geq \ln\left(\frac{P(G_k)p_{z_1}^{(k)}}{P(G_{k0})p_{z_1}^{(k0)}}\right), k = \overline{1, M}, k \neq k_0. \quad (3.23)$$

При равновероятных условиях (3.9) и (3.10) получим

$$L_k(z_1, z_2, \dots, z_N) - L_{k0}(z_1, z_2, \dots, z_N) \geq 0, k = \overline{1, M}, k \neq k_0. \quad (3.24)$$

Решающее правило (3.23) и его частный случай (3.24) не гарантирует заданной достоверности принимаемых решений.

Пусть принято решение о принадлежности выборки классу с номером k_0 , тогда оно будет правильным с вероятностью $P(G_{k_0} / z_1, z_2, \dots, z_N)$. Чтобы обеспечить требуемый уровень достоверности решения, введем доверительную вероятность $P_0 = 0,9 \div 0,999$ и потребуем выполнение условия

$$P(G_{k_0} / z_1, z_2, \dots, z_N) \geq P_0. \quad (3.25)$$

Если $P_0 > 0,9$, то вероятности $P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N) \ll P_0$, $k \neq k_0$, и тогда

$$L_k(z_1, z_2, \dots, z_N) > L_{k_0}(z_1, z_2, \dots, z_N), \quad k = \overline{1, M}, \quad k \neq k_0. \quad (3.26)$$

Обозначим через $L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N)$ минимальное значение $L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)$ при $k \neq k_0$, то есть

$$L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N) < L_k(z_1, z_2, \dots, z_N), \quad k \neq k_0, \quad k \neq k_1, \quad (3.27)$$

и из (3.7) следует неравенство

$$P(G_k / z_1, z_2, \dots, z_N) \geq \frac{p_{z_1}^{(k_0)} \cdot P(G_{k_0}) \cdot 2^{-L_{k_0}(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{p_{z_1}^{(k_0)} \cdot P(G_{k_0}) \cdot 2^{-L_{k_0}(z_1, z_2, \dots, z_N)} + 2^{-L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N)} \sum_{k=1, k \neq k_0}^K p_{z_1}^{(k)} \cdot P(G_k)}. \quad (3.28)$$

Тогда неравенство (3.25) будет выполнено при условии

$$\frac{p_{z_1}^{(k_0)} \cdot P(G_{k_0}) \cdot 2^{-L_{k_0}(z_1, z_2, \dots, z_N)}}{p_{z_1}^{(k_0)} \cdot P(G_{k_0}) \cdot 2^{-L_{k_0}(z_1, z_2, \dots, z_N)} + 2^{-L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N)} \sum_{k=1, k \neq k_0}^K p_{z_1}^{(k)} \cdot P(G_k)} \geq P_0. \quad (3.29)$$

Из (3.29) определяется требование к решающим статистикам, при котором обеспечивается требуемая достоверность P_0 решения (3.25),

$$L_{k1}(z_1, z_2, \dots, z_N) - L_{k0}(z_1, z_2, \dots, z_N) \geq D, \quad (3.30)$$

где

$$D = \log_2 \left[\frac{\sum_{k=1, k \neq k_0}^K p_{z_1}^{(k)} \cdot P(G_k)}{p_{z_1}^{(k_0)}} \frac{P_0}{1 - P_0} \right]. \quad (3.31)$$

Величина D определяет порог, с которым необходимо сравнивать разность минимальных решающих статистик для формирования решения о принадлежности выборки отсчетов сигнала соответствующему классу с заданной достоверностью. В частном равновероятном случае (3.9), (3.10) из (3.31)

$$D = \log_2 \left[\frac{K-1}{K} \frac{P_0}{1 - P_0} \right]. \quad (3.32)$$

Информационный сигнал поступает на АЦП с M уровнями квантования, который формирует последовательность отсчетов $z_1, z_2, \dots, z_N$, по которой определяется принадлежность выборки к соответствующему классу. Это многоальтернативное решение принимается по критерию максимума апостериорной вероятности (3.7). Ее величина определяется значениями L_k из (3.4), чем меньше L_k , тем выше апостериорная вероятность класса G_k , то есть максимуму апостериорной вероятности соответствует минимум $L_k = L_{k0}$. Таким образом, решение принимается по минимальному значению решающей статистики (3.21) для простой цепи Маркова или (3.22) для двухсвязной марковской модели. Для обеспечения требуемой достоверности разность минимальных решающих статистик $L_{k1} - L_{k0}$ должна превосходить заданный порог (3.31).

По поступившей выборке $z_1, z_2, \dots, z_N$ из N отсчетов для простой марковской модели определяются числа l_{ij} переходов отсчетов от значения $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$, $n = \overline{2, N}$, которые накапливаются от начальных значений $l_{ij} = 0$ по мере появления

новых отсчетов. Для двухсвязной модели аналогично определяются числа l_{kij} перехода от $z_{n-2} = k$ к $z_{n-1} = j$ и затем к $z_n = j$, $n = \overline{3, N}$.

Затем определяются решающие статистики $L_k(z_1, z_2, \dots, z_N)$ вида (3.21) или (3.22) для каждого класса G_k , $k = \overline{1, K}$, выбирается минимальное значение L_{k0} и минимальное из оставшихся значений L_{k1} и их разность сравнивается с порогом согласно (3.30). Если порог превышает, то выносится окончательное решение G_{k0} достоверностью не меньше P_0 . Если неравенство (3.30) не выполняется, то это означает, что выбран недостаточный объем выборки N и его необходимо увеличить, либо отказаться от вынесения решения о принадлежности наблюдаемой выборки соответствующему классу.

Выбор необходимой фиксированной величины N требует анализа статистических свойств решающих статистик и для обеспечения малой вероятности отказа от решения необходимо значительно (зачастую, недопустимо) увеличивать объем выборки, чтобы ослабить влияние «неудачных» ее фрагментов.

Наиболее целесообразно принимать решения методом последовательного анализа Вальда [68, 72, 74], который в данном случае заключается в следующем. Принимается выборка отсчетов с небольшим объемом N_0 , вплоть до $N_0=1$, и проверяется выполнение неравенства (3.30). Если оно выполняется, анализ останавливается и принимается решение G_{k0} , а иначе принимаются следующие N_0 отсчетов и анализ повторяется по выборке из $N=2N_0$ отсчетов и так далее до завершения анализа с формированием решения G_{k0} с достоверностью не меньше P_0 .

При использовании последовательной процедуры принятия решения требуемый объем выборки оказывается случайной величиной. Для «удачных» реализаций отсчетов сигнала решение будет приниматься быстро, а в противном случае процедура классификации затянется. Выбор величины N_0 производится так, чтобы минимизировать среднее значение необходимого объема выборки N и вычислительные затраты.

В рамках рассматриваемого алгоритма классификации можно использовать сложные модели классов (параграф 2.5), определяемые несколькими марковскими

моделями. В этом случае решающие статистики целесообразно записать в виде двумерного массива $L_{k,m}$, где k — номер класса, а m — номер модели внутри класса. Правило формирования решения предполагает определение минимального значения L_{k_0,m_0} и следующего за ним L_{k_1,m_1} при $k_1 \neq k_0$, а затем использование неравенства (3.30).

Решающие статистики L_k , $k = \overline{1, K}$, (3.21), (3.22) определяют «расстояния» наблюдаемой реализации отсчетов сигнала $z_1, z_2, \dots, z_N$ от соответствующих классов G_k . Тогда выборку можно представить как точку в K -мерном гиперпространстве, координатами которой являются значения L_k .

Пример такого двумерного пространства при $K=2$ (плоскости) показан на рисунке 3.1, а. Параллельными пунктирными линиями показана область, в которой не выполняется неравенство (3.30) (точка A_1) и анализ выборки должен быть продолжен. Точка A_2 соответствует координатам (L_1, L_2) , для которых может быть принято решение с заданной достоверностью.

На рисунке 3.1, б показан трехмерный ($K=3$) пример пространства решающих статистик, область, в которой не выполняется неравенство (3.30) представляет собой цилиндрическую поверхность.

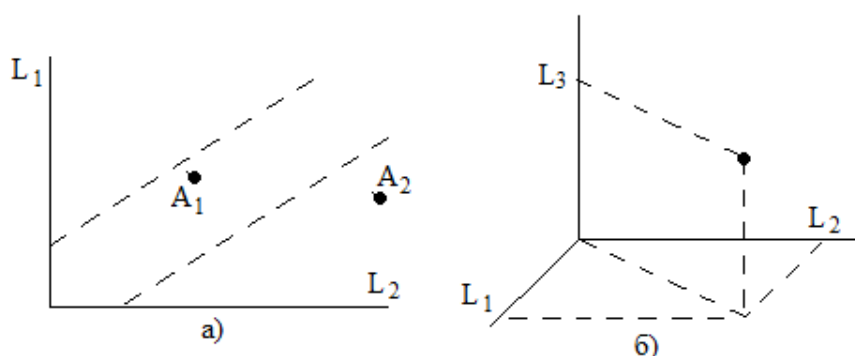


Рисунок 3.1. Пространство решающих статистик

Рассмотрим результаты моделирования в виде диаграммы изменения разности решающих статистик для двух классов ($K=2$) нормального случайного процесса с двумерной плотностью вероятностей вида (2.1) при нулевом коэффициенте корреляции и среднем значении, но с различными дисперсиями для первого класса (G_1)

$\sigma_1 = 1$ и для второго класса (G_2) $\sigma_2 = 1,5$. Реализации обрабатываются «порциями» по N_0 отсчетов сигнала общим объемом nN_0 , $n=1, 2, \dots$ — номер «порции». На рисунке 3.2 показана зависимость $L_2 - L_1$ от n при обработке выборки отсчетов из класса G_1 при $N_0=5$. Пунктиром показаны пороговые уровни D (3.32) при доверительных вероятностях $P_0=0,99$ и $P_0=0,999$. В целом при увеличении n наблюдается рост $L_2 - L_1$, хотя при $n=7$ и $n=10$ имеет место снижение этой разности, обусловленное случайно поступившим «неудачным» фрагментом выборки.

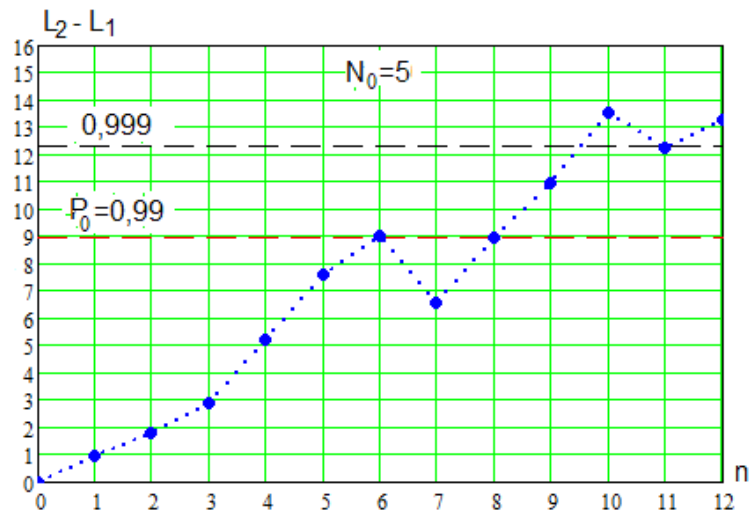


Рисунок 3.2. Разность решающих статистик

3.3. Свойства решающих статистик

Для простой марковской модели решающая статистика имеет вид (3.21), является случайной величиной, зависящей от полученной выборки отсчетов (чисел l_{ij}) и может быть представлена в виде

$$L_k = -(N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \frac{l_{ij}}{N-1} \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}. \quad (3.33)$$

При большом объеме выборки $N \gg M^2$ величина $l_{ij}/(N-1)$ является оценкой (2.9) совместной вероятности $Q(i, j)$ появления в принимаемой выборке отсчетов $z_{n-1} = i, z_n = j, n = \overline{1, N}$,

$$Q(i, j) = \frac{l_{ij}}{N-1}, \quad (3.34)$$

тогда

$$L_k = -(N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}. \quad (3.35)$$

Переходные вероятности согласно (2.9) можно записать в виде

$$P_{ij}^{(k)} = \frac{P^{(k)}(i, j)}{P^{(k)}(i)}, \quad (3.36)$$

где $P^{(k)}(i, j)$ — совместное распределение вероятностей значений $z_{n-1} = i, z_n = j$ в классе G_k , $P^{(k)}(i)$ — одномерное распределение вероятностей значений отсчетов в классе G_k . Подставляя (3.36) в (3.35), можно записать

$$L_k = -(N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 \left[\frac{P^{(k)}(i, j)}{P^{(k)}(i)} \right], \quad (3.37)$$

а после преобразований получим

$$\begin{aligned} L_k &= -(N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i, j)] + (N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i)] = \\ &= -(N-1) \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i, j)] + (N-1) \cdot \sum_{i=1}^M Q(i) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i)], \end{aligned} \quad (3.38)$$

где

$$Q(i) = \sum_{j=1}^M Q(i, j) \quad (3.39)$$

— вероятность появления в наблюдаемой выборке значения $z = i$.

С учетом (2.53) и (2.54) из (3.38) получим

$$L_k = (N - 1) \left[H_2(Q, P^{(k)}) - H_1(Q, P^{(k)}) \right], \quad (3.40)$$

где

$$H_2(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i, j)] \quad (3.41)$$

— перекрестная энтропия процессов с двумерными распределениями $Q(i, j)$ и $P^{(k)}(i, j)$,

$$H_1(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M Q(i) \cdot \log_2 [P^{(k)}(i)] \quad (3.42)$$

— перекрестная энтропия процессов с одномерными распределениями $Q(i)$ и $P^{(k)}(i)$. Таким образом, усредненное значение решающей статистики L_k пропорционально объему выборки N ,

$$L_k = (N - 1) \cdot H(Q, P^{(k)}), \quad (3.43)$$

с коэффициентом $H(Q, P^{(k)})$, равным

$$H(Q, P^{(k)}) = H_2(Q, P^{(k)}) - H_1(Q, P^{(k)}). \quad (3.44)$$

Согласно (2.53), перекрестная энтропия равна сумме собственной энтропии принимаемого процесса и его информационной дивергенции с моделью класса, тогда

$$H(Q, P^{(k)}) = H_2(Q) - H_1(Q) + D_2(Q, P^{(k)}) - D_1(Q, P^{(k)}), \quad (3.45)$$

где двумерная и одномерная энтропии принимаемого процесса равны

$$H_2(Q) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 [Q(i, j)], \quad (3.46)$$

$$H_1(Q) = - \sum_{i=1}^M Q(i) \cdot \log_2[Q(i)], \quad (3.47)$$

а двумерная и одномерная информационные дивергенции соответственно

$$D_2(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \cdot \log_2 \left[\frac{Q(i, j)}{P^{(k)}(i, j)} \right], \quad (3.48)$$

$$D_1(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M Q(i) \cdot \log_2 \left[\frac{Q(i)}{P^{(k)}(i)} \right]. \quad (3.49)$$

Если принимаемая выборка отсчетов принадлежит классу G_{k0} , то при большом ее объеме приближенно получим $Q(i, j) \approx P^{(k)}(i, j)$ и $Q(i) \approx P^{(k)}(i)$. Тогда информационные дивергенции в (3.45) равны нулю и для минимального значения решающей статистики для класса G_{k0} можно записать

$$L_{k0} = (N - 1) \cdot [H_2(P^{(k0)}(i, j)) - H_1(P^{(k0)}(i))], \quad (3.50)$$

где $P^{(k0)}(i, j)$ — марковская модель класса G_{k0} , а $P^{(k0)}(i)$ — одномерное (финальное) распределение вероятностей отсчетов сигнала в классе G_{k0} .

Как видно, решающие статистики в среднем пропорциональны мере неопределенности (энтропии) [109].

В частном случае независимых соседних отсчетов

$$P^{(k0)}(i, j) = P^{(k0)}(i) \cdot P^{(k0)}(j) = [P^{(k0)}(i)]^2, \quad (3.51)$$

тогда

$$H_2(P^{(k0)}(i, j)) = 2H_1(P^{(k0)}(i)) \quad (3.52)$$

и из (3.50) получим

$$L_{k0} = (N - 1) \cdot H_1(P^{(k0)}(i)), \quad (3.53)$$

то есть для независимых отсчетов минимальная решающая статистика растет пропорционально одномерной энтропии (в этом случае строки матрицы переходных вероятностей одинаковы).

Решающая статистика L_k (3.21) является взвешенной с коэффициентами $\log_2 P_{ij}^{(k)}$ суммой случайных значений чисел перехода l_{ij} в принимаемой выборке отсчетов сигнала. В этом случае можно считать, что ее значения приближенно имеют нормальное распределение вероятностей со средним значением (3.43), (3.50).

Для оценки дисперсии решающей статистики можно воспользоваться известными результатами [18] оценки дисперсии $\sigma^2(g)$ взвешенной суммы случайных величин

$$g(x_1, x_2, \dots, x_K) = \sum_{i=1}^K a_i x_i, \quad (3.54)$$

$$\sigma^2(g) = \sum_{i=1}^K a_i^2 \cdot \sigma^2(x_i) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^K a_i a_j \cdot \text{cov}(x_i, x_j), \quad (3.55)$$

где $\sigma^2(x_i)$ — дисперсия случайной величины x_i , $\text{cov}(x_i, x_j)$ — ковариационная функция случайных величин x_i и x_j .

Представим решающую статистику (3.21) в виде

$$L_k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} l_{ij}, \quad (3.56)$$

$$a_{ij} = -\log_2 P_{ij}^{(k)}. \quad (3.57)$$

Согласно [69], дисперсия $\sigma^2(l_{ij})$ оценки вероятности (частоты) появления случайного события приближенно равна

$$\sigma^2(l_{ij}) = (N - 1)Q(i, j). \quad (3.58)$$

Тогда для дисперсии $\sigma^2(L_k) = \sigma_k^2$ решающей статистики (3.56) согласно (3.55) и (3.57) получим

$$\sigma^2(L_k) = \sigma_k^2 = (N-1) \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \left(\log_2 P_{ij}^{(k)} \right)^2 + C(L_k), \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} C(L_k) &= \sum_{\substack{i, j=1 \\ i \neq j}}^K a_i a_j \cdot \text{cov}(x_i, x_j) = \\ &= \sum_{i1=1}^M \sum_{j1=1}^M \sum_{\substack{i2=1 \\ i2 \neq i1}}^M \sum_{\substack{j2=1 \\ j2 \neq j1}}^M \log_2 P_{i1 j1}^{(k)} \cdot \log_2 P_{i2 j2}^{(k)} \cdot \text{cov}(l_{i1 j1}, l_{i2 j2}) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Первое слагаемое в (3.59) обусловлено собственной вариацией чисел перехода l_{ij} в принимаемой выборке, а величина $C(L_k)$ определяется их взаимной корреляцией для различных i, j . Случайные величины l_{ij} обладают отрицательной ковариацией, что связано с условием

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij} = N - 1, \quad (3.61)$$

при этом $C(L_k) < 0$ и для дисперсии $\sigma^2(L_k)$ получим верхнюю границу в виде

$$\sigma^2(L_k) = \sigma_k^2 \leq (N-1) \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \left(\log_2 P_{ij}^{(k)} \right)^2. \quad (3.62)$$

Среднеквадратическое отклонение (СКО) σ_k решающей статистики L_k равно

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma^2(L_k)}. \quad (3.63)$$

Как видно, среднее значение решающей статистики увеличивается пропорционально объему выборки $(N - 1)$, а ее СКО — величине $\sqrt{N - 1}$.

Полученные оценки среднего значения, дисперсии и СКО предполагают значительный объем выборки отсчетов случайного процесса. В задачах их классификации для формирования решения часто достаточно сравнительно короткой реализации. В этом случае трудно надеяться на высокую точность статистических оценок характеристик решающей статистики.

Для двухсвязной марковской модели необходимо принимать решение по наименьшей величине L_m (3.22), которую аналогично (3.33) можно представить в виде

$$L_m = L_m(z_1, z_2, \dots, z_N) = -(N - 2) \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \frac{l_{kij}}{N - 2} \cdot \log P_{kij}^{(m)}. \quad (3.64)$$

При большом объеме выборки $N \gg M^3$ величина $l_{kij} / (N - 2)$ является оценкой (2.21) совместной вероятности $Q(k, i, j)$ появления в принимаемой выборке отсчетов $z_{n-2} = k, z_{n-1} = i, z_n = j, n = \overline{3, N}$,

$$Q(k, i, j) = \frac{l_{kij}}{N - 2}, \quad (3.65)$$

тогда

$$L_m = L_m(z_1, z_2, \dots, z_N) = -(N - 2) \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log P_{kij}^{(m)}. \quad (3.66)$$

Переходные вероятности $P_{kij}^{(m)}$ можно записать в виде

$$P_{kij}^{(m)} = \frac{P^{(m)}(k, i, j)}{P^{(m)}(k, i)}, \quad (3.67)$$

где $P^{(m)}(k, i, j)$ — совместное трехмерное распределение вероятностей значений

$z_{n-2} = k, z_{n-1} = i, z_n = j$ в классе G_m , $P^{(m)}(k, i)$ — двумерное распределение вероятностей значений отсчетов в классе G_m , тогда можно записать

$$L_m = -(N-2) \cdot \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log_2 \left[\frac{P^{(m)}(k, i, j)}{P^{(m)}(k, i)} \right], \quad (3.68)$$

тогда

$$\begin{aligned} L_m = & -(N-2) \cdot \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log_2 [P^{(m)}(k, i, j)] + \\ & + (N-2) \cdot \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M Q(k, i) \cdot \log_2 [P^{(m)}(k, i)] \end{aligned} \quad (3.69)$$

где

$$Q(k, i) = \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \quad (3.70)$$

— двумерная вероятность появления в наблюдаемой выборке пар значений $z_{n-1} = k, z_n = i$. Тогда аналогично (3.40) получим

$$L_k = (N-1) [H_3(Q, P^{(k)}) - H_2(Q, P^{(k)})], \quad (3.71)$$

где

$$H_3(Q, P^{(k)}) = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log_2 [P^{(k)}(k, i, j)] \quad (3.72)$$

— перекрестная энтропия процессов с трехмерными распределениями $Q(k, i, j)$ и $P^{(k)}(k, i, j)$,

$$H_2(Q, P^{(k)}) = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M Q(k, i) \cdot \log_2 [P^{(k)}(k, i)] \quad (3.73)$$

— перекрестная энтропия процессов с двумерными распределениями $Q(k, i)$ и

$P^{(k)}(k, i)$. Таким образом, как и в (2.43), усредненное значение решающей статистики L_k пропорционально объему выборки N ,

$$L_k = (N - 1) \cdot H(Q, P^{(k)}), \quad (3.74)$$

с коэффициентом $H(Q, P^{(k)})$, равным

$$H(Q, P^{(k)}) = H_3(Q, P^{(k)}) - H_2(Q, P^{(k)}). \quad (3.75)$$

Подобно (3.45), получим

$$H(Q, P^{(k)}) = H_3(Q) - H_2(Q) + D_3(Q, P^{(k)}) - D_2(Q, P^{(k)}), \quad (3.76)$$

где трехмерная и двумерная энтропии принимаемого процесса равны

$$H_3(Q) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log_2 [Q(k, i, j)], \quad (3.77)$$

$$H_2(Q) = - \sum_{i=1}^M Q(k, i) \cdot \log_2 [Q(k, i)], \quad (3.78)$$

а трехмерная и двумерная информационные дивергенции соответственно

$$D_3(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \log_2 \left[\frac{Q(k, i, j)}{P^{(k)}(k, i, j)} \right], \quad (3.79)$$

$$D_2(Q, P^{(k)}) = - \sum_{i=1}^M Q(k, i) \cdot \log_2 \left[\frac{Q(k, i)}{P^{(k)}(k, i)} \right]. \quad (3.80)$$

Как и для простой цепи Маркова, если поступающая выборка принадлежит классу G_{k0} , то при большом ее объеме приближенно получим

$Q(k, i, j) \approx P^{(k)}(k, i, j)$ и $Q(k, i) \approx P^{(k)}(k, i)$. Тогда информационные дивергенции в (3.79) и (3.80) равны нулю и для минимального значения решающей статистики для класса G_{k0} можно записать

$$L_{k0} = (N - 1) \cdot [H_3(P^{(k0)}(k, i, j)) - H_2(P^{(k0)}(k, i))], \quad (3.81)$$

где $P^{(k0)}(k, i, j)$ — марковская модель класса G_{k0} , а $P^{(k0)}(k, i)$ — двумерное (финальное) распределение вероятностей отсчетов сигнала в классе G_{k0} .

Как видно, и в этом случае решающие статистики в среднем пропорциональны мере неопределенности (энтропии) [108].

Для независимых соседних отсчетов

$$P^{(k0)}(k, i, j) = P^{(k0)}(k) \cdot P^{(k0)}(i) \cdot P^{(k0)}(j) = [P^{(k0)}(i)]^3, \quad (3.82)$$

тогда

$$H_3(P^{(k0)}(k, i, j)) = 3H_1(P^{(k0)}(i)), \quad (3.83)$$

$$H_2(P^{(k0)}(k, i)) = 2H_1(P^{(k0)}(i)), \quad (3.84)$$

а из (3.81) получим

$$L_{k0} = (N - 1) \cdot H_1(P^{(k0)}(i)), \quad (3.85)$$

что совпадает с (3.53), то есть и в этом случае для независимых отсчетов минимальная решающая статистика растет пропорционально одномерной энтропии (строки матрицы переходных вероятностей одинаковы).

Решающая статистика L_k (3.64), как и (3.21), является взвешенной суммой случайных значений чисел перехода l_{kij} в поступившей выборке отсчетов сигнала, и тогда ее значения приближенно имеют нормальное распределение вероятностей со средним значением (3.74).

Как и для простой марковской модели, для оценки дисперсии решающей ста-

истики в двухсвязной модели воспользуемся оценкой [71] дисперсии $D(g)$ взвешенной суммы случайных величин (3.54).

Тогда аналогично (3.62) получим верхнюю границу дисперсии решающей статистики (3.64) в виде

$$\sigma^2(L_m) = \sigma_m^2 \leq (N-2) \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot (\log P_{kij}^{(m)})^2, \quad (3.86)$$

а для ее СКО σ_m соответственно

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma^2(L_m)}. \quad (3.87)$$

Как и для простой марковской модели, среднее значение решающей статистики увеличивается пропорционально объему выборки $(N-2)$, а ее СКО — величине $\sqrt{N-2}$. Требования к объему выборки для точного оценивания этих величин становятся еще более высокими, поэтому целесообразно пользоваться границей (3.86).

Алгоритм классификации (3.30) предполагает вычисление разности двух наименьших решающих статистик и сравнение их с порогом. Статистические свойства случайной величины $\Delta L = L_{k1} - L_{k0}$ определяются рассмотренными свойствами решающих статистик L_{k1} и L_{k0} , которые можно рассматривать как гауссовские процессы, тогда при их вычитании для простой цепи Маркова из (3.40) и (3.50) получим

$$\Delta L = (N-1) \left\| H_2(Q, P^{(k1)}) - H_2(P^{(k0)}(i, j)) \right\| - \left\| H_1(Q, P^{(k1)}) - H_1(P^{(k0)}(i)) \right\|. \quad (3.88)$$

Аналогично для двухсвязной модели из (3.71) и (3.81) можно записать

$$\Delta L = (N-1) \left\| H_3(Q, P^{(k1)}) - H_3(P^{(k0)}(k, i, j)) \right\| - \left\| H_2(Q, P^{(k1)}) - H_2(P^{(k0)}(k, i)) \right\|. \quad (3.89)$$

Как видно, среднее значение ΔL разности минимальных решающих статистик

пропорционально объему выборки N , а коэффициент пропорциональности определяется энтропийными характеристиками наблюдаемого случайного процесса и моделей классов.

Дисперсия разности гауссовских случайных величин определяется согласно (3.55) в виде

$$\sigma^2(\Delta L) = \sigma^2(L_1) + \sigma^2(L_2) - \text{cov}(L_1, L_2), \quad (3.90)$$

и для независимых решающих статистик равна сумме их дисперсий. Удобно использовать верхние оценки дисперсий решающих статистик, тогда для простой марковской модели из (3.62) для дисперсии $\sigma^2(\Delta L)$ разности ΔL получим

$$\sigma^2(\Delta L) \leq (N-1) \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(i, j) \left[\left(\log_2 P_{ij}^{(k1)} \right)^2 + \left(\log_2 P_{ij}^{(k)} \right)^2 \right], \quad (3.91)$$

а для двухсвязной модели

$$\sigma^2(\Delta L) \leq (N-2) \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M Q(k, i, j) \cdot \left[\left(\log P_{kij}^{(m1)} \right)^2 + \left(\log P_{kij}^{(m0)} \right)^2 \right]. \quad (3.92)$$

Очевидно, что это достаточно грубые верхние оценки, но их достоинством является простота вычислений.

Как видно, дисперсия разности решающих статистик, по которой принимается решение о принадлежности наблюдаемой выборки в соответствии с правилом (3.30), пропорциональна объему выборки N , а среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_{\Delta L} = \sqrt{\sigma^2(\Delta L)} \quad (3.93)$$

— корню квадратному из N . С ростом N уменьшается относительная погрешность оценки разности решающих статистик.

Из (3.43) с учетом (3.45) для простой марковской модели среднее значение

решающей статистики L_k равно

$$L_k = (N - 1) \cdot [H_2(Q) - H_1(Q) + D_2(Q, P^{(k)}) - D_1(Q, P^{(k)})]. \quad (3.94)$$

Как видно, часть L_k не зависит от номера класса, а определяется свойствами (энтропиями) анализируемой выборки. Для средней разности решающих статистик $\Delta L = L_{k1} - L_{k0}$ получим

$$\Delta L = (N - 1) \cdot \{[D_2(Q, P^{(k1)}) - D_1(Q, P^{(k1)})] - [D_2(Q, P^{(k0)}) - D_1(Q, P^{(k0)})]\}. \quad (3.95)$$

Для двухсвязной марковской модели из (3.74) и (3.76) аналогично получим

$$\Delta L = (N - 1) \cdot \{[D_3(Q, P^{(k1)}) - D_2(Q, P^{(k1)})] - [D_3(Q, P^{(k0)}) - D_2(Q, P^{(k0)})]\}. \quad (3.96)$$

Как видно, усредненная разность решающих статистик определяется информационными дивергенциями наблюдаемой выборки относительно сравниваемых классов.

Если поступающая выборка принадлежит одному из классов G_k , то при большом ее объеме соответствующие информационные дивергенции равны нулю, а средняя разность решающих статистик определяется только информационными дивергенциями для другого класса.

Рассмотрим свойства решающих статистик простой марковской модели методом статистического имитационного моделирования гауссовских случайных процессов (2.1) для двух классов ($K=2$) при нулевых величинах коэффициента корреляции и среднего значения, но с различными среднеквадратическими отклонениями для первого класса (G_1) $\sigma_1 = 1$ и для второго класса (G_2) $\sigma_2 = 1,5$, которые использовались в примере на рисунке 3.2, трехмерные диаграммы их матриц переходных вероятностей (2.6) показаны на рисунке 3.3. Как видно, они имеют одинаковую форму и отличаются «шириной».

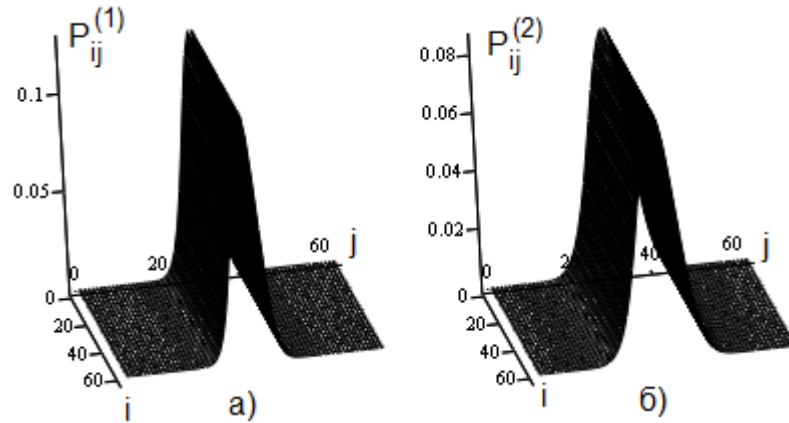


Рисунок 3.3. Трехмерные диаграммы матриц переходных вероятностей

Пусть принимаются квантованные при $M=64$ выборки отсчетов объемом $N_0 = 100$, принадлежащие первому классу G_1 ($k_0 = 1$), тогда из (3.33) решающие статистики определяются выражениями

$$L_1 = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij}^{(1)} \cdot \log_2 P_{ij}^{(1)}, \quad (3.97)$$

$$L_2 = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij}^{(1)} \cdot \log_2 P_{ij}^{(2)}. \quad (3.98)$$

На рисунке 3.4 показаны зависимости L_1 и L_2 от номера статистического эксперимента m . Решающие статистики являются случайными числами, величина L_1 для выборки, принадлежащей классу G_1 , меньше L_2 , которая относится к классу G_2 .

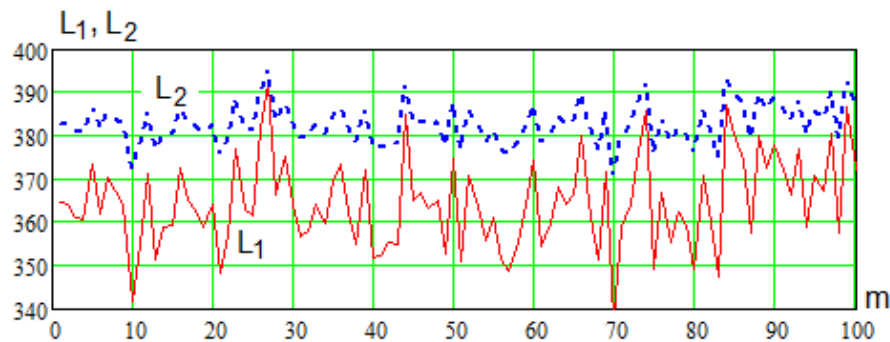


Рисунок 3.4. Решающие статистики

На рисунке 3.5, а представлена гистограмма $h(L_1)$ значений L_1 , а на рисунке

3.5, б — соответственно $h(L_2)$, пунктиром отображаются их гауссовские аппроксимации, которые согласуются с гистограммами. В результате при $N_0 = 100$ получены средние значения статистик $L_{CP1} = 364,5$, $L_{CP2} = 382,5$, дисперсий $\sigma^2(L_1) = 230,7$ и $\sigma^2(L_2) = 165,8$, среднеквадратических отклонений $\sigma_1 = 15,2$ и $\sigma_2 = 12,9$.

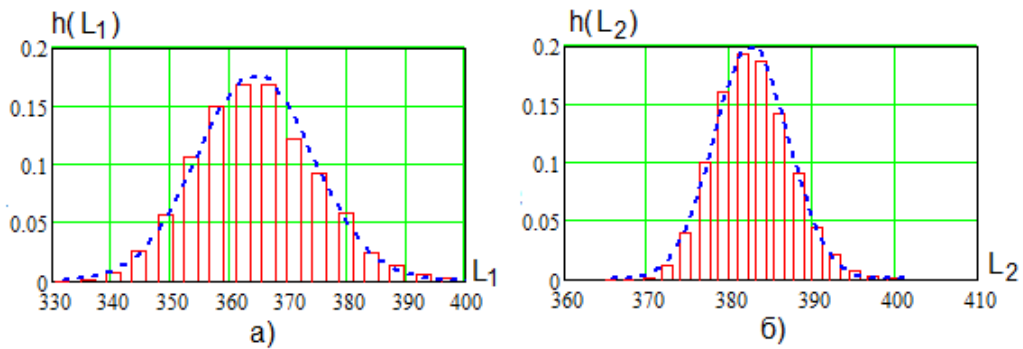


Рисунок 3.5. Гистограммы решающих статистик

Оценка дисперсии (3.62) приводит к неравенствам $\sigma^2(L_1) \leq 1448$ ($\sigma_1 \leq 38$) и $\sigma^2(L_2) \leq 1502$ ($\sigma_2 \leq 38,7$). Учет ковариационной составляющей $C(L_k)$ (3.60), например для $\sigma^2(L_1)$ равной $C(L_1) = -1330$, приводит к уточнению оценки дисперсии $\sigma^2(L_1) = 112$ ($\sigma_1 = 10,6$), что меньше полученного в результате моделирования $\sigma_1 = 15,2$. Для увеличения точности оценок ковариационной составляющей необходимо значительно увеличивать объем выборки, что подтверждает целесообразность использования завышенной оценки (3.62).

Реализации решающих статистик L_1 и L_2 сильно коррелированы (в примере на рисунке 3.4 коэффициент корреляции равен 0,934).

С точки зрения алгоритма классификации случайных процессов наибольший интерес представляет разность решающих статистик

$$\Delta L = L_2 - L_1. \quad (3.99)$$

Зависимость ΔL от номера m статистического эксперимента показана на рисунке 3.6, а, а соответствующая ей гистограмма — на рисунке 3.6, б, пунктиром

показана гауссовская аппроксимация.

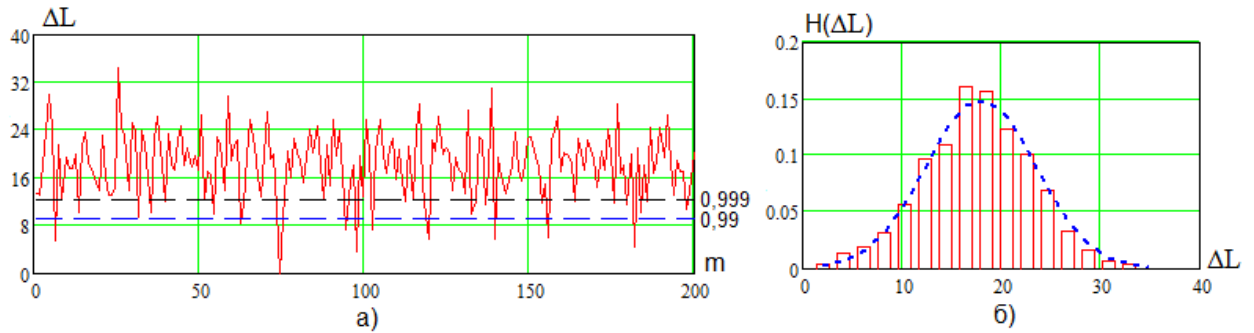


Рисунок 3.6. Разность решающих статистик

Среднее значение ΔL (рисунок 3.6) равно $\Delta L_{CP} = 18$, дисперсия $\sigma^2(\Delta L) = 32,7$, СКО $\sigma_{\Delta L} = 5,72$. Оценка дисперсии разности решающих статистик в соответствии с частным случаем (3.55) вида

$$\sigma^2(\Delta L) = \sigma^2(L_1) + \sigma^2(L_2) - 2 \cdot \text{cov}(L_1, L_2), \quad (3.100)$$

равна $\sigma^2(\Delta L) = 32,7$, а СКО соответственно $\sqrt{\sigma^2(\Delta L)} = 5,72$, что совпадает со статистической оценкой $\sigma_{\Delta L} = 5,72$. Для достаточно точной оценки ковариаций в (3.97) требуется меньший объем выборки, чем для (3.55).

Если наблюдаемая выборка принадлежит классу G_2 , то при $N_0=100$ получаются аналогичные результаты для средних значений $L_{CP1} = 457,2$, $L_{CP2} = 426,3$, дисперсий $\sigma^2(L_1)=715$, $\sigma^2(L_2)=282$ и среднеквадратических отклонений $\sigma_{\Delta L1} = 26,7$, $\sigma_{\Delta L2} = 16,8$. Как видно, теперь меньшей является величина L_{CP2} . Среднее значение $\Delta L = L_1 - L_2$ равно $\Delta L_{CP} = 31$, дисперсия $\sigma^2(\Delta L) = 156$, СКО $\sigma_{\Delta L} = 12,5$.

Рассмотрим энтропийные характеристики для приведенного примера. Решающие статистики согласно (3.40) равны

$$L_{nm} = (N - 1) \cdot \Delta H_{nm}, \quad (3.101)$$

где $n=1$ или 2 — номер класса, к которому принадлежит наблюдаемая выборка с совместным распределением вероятностей $Q(i, j)$, $m=1$ или 2 — номер класса, для которого формируется решающая статистика,

$$\Delta H_{nm} = H_{2nm}(Q, P^{(m)}) - H_{1nm}(Q, P^{(m)}). \quad (3.102)$$

В таблице 3.1 приведены результаты расчета энтропийных характеристик для рассматриваемого примера.

Если наблюдаемая выборка принадлежит классу G_2 , то для решающих статистик получим

$$\begin{cases} L_1 = L_{21} = (N - 1) \cdot \Delta H_{21}, \\ L_2 = L_{22} = (N - 1) \cdot \Delta H_{22}, \end{cases} \quad (3.103)$$

тогда для разности решающих статистик

$$\Delta L = L_1 - L_2 = L_{21} - L_{22} = (N - 1) \cdot (\Delta H_{21} - \Delta H_{22}) = (n \cdot N_0 - 1) \cdot (\Delta H_{21} - \Delta H_{22}). \quad (3.104)$$

Таблица 3.1. Результаты расчета энтропийных характеристик

m n	H_{2nm}		H_{1nm}		ΔH_{nm}	
	1	2	1	2	1	2
1	7,371	7,736	3,686	3,868	3,686	3,868
2	9,159	8,534	4,58	4,267	4,58	4,267

На рисунке 3.7, а показан пример «удачной» реализации разности решающих статистик $\Delta L = L_2 - L_1$ (подобный показанному на рисунке 3.6) в котором выборка накапливается по $N_0=5$ отсчетов, $N = n \cdot N_0$, $M=64$, пунктиром показаны пороговые уровни с соответствующими доверительными вероятностями для равновероятных классов. Пример «неудачной» реализации показан на рисунке 3.7, б. Точками отмечены результаты статистического имитационного моделирования. Квадратиками отмечены точки в соответствии с (3.88).

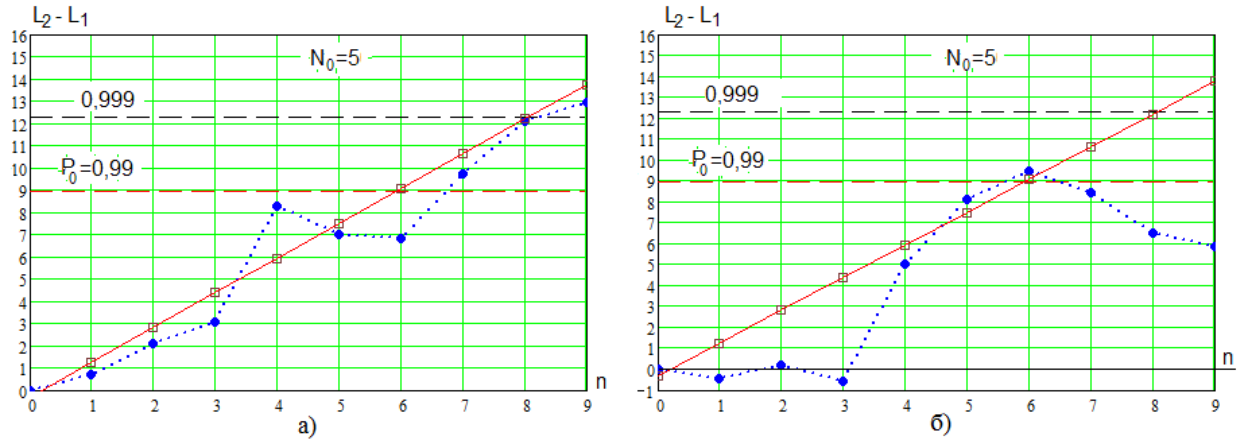


Рисунок 3.7. Процесс принятия решения

Как видно из рисунка 3.7, усредненная оценка разности решающих статистик хорошо согласуется с результатами статистического имитационного моделирования, однако случайно могут возникать отрезки наблюдаемой реализации, которые «уводят» изменение ΔL от правильного направления (вносят временную дезинформацию в процедуру классификации), что в вальдовской процедуре компенсируется увеличением продолжительности наблюдаемой реализации.

Аналогичные результаты могут быть получены и для других примеров классификации случайных процессов на основе простой и двухсвязной марковской модели.

Двухсвязная марковская модель позволяет отображать «тонкие» свойства случайных процессов, которые не учитываются в простой марковской модели.

В качестве примера рассмотрим два гауссовских случайных процесса x_1 , x_2 , трехмерная плотность вероятностей которых описывается выражением (2.13) с нулевым средним ($x_{CP} = 0$), дисперсией $\sigma^2 = 1$ и различными матрицами коэффициентов корреляции R_1 (класс G_1) и R_2 (класс G_2) соответственно,

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 1 \end{bmatrix} \text{ и } R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,8 \\ 0,1 & 1 & 0,1 \\ 0,8 & 0,1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.105)$$

Как видно, случайные процессы отличаются только коэффициентом корреляции $r_{13} = r_{31}$. Исследуемые сигналы формируются с помощью универсального имитатора на основе двухсвязной цепи Маркова (рисунок 1.11). Совместные вероятности $[P_1(k, i, j)]$ и $[P_2(k, i, j)]$ вычисляются из (2.15) в соответствии с уровнями квантования (1.23) при $M=16$ с шагом $d=0,5$. В результате получим временные диаграммы x_{1i} и x_{2i} (рисунок 3.8, i — номер отсчета), а также матрицы совместных вероятностей $[P_1(k, i, j)]$ и $[P_2(k, i, j)]$, трехмерные диаграммы которых в координатах $(kM + i, j)$ показаны на рисунке 3.9 соответственно.

Как видно, двухсвязная марковская модель сильно реагирует на изменение одного из коэффициентов корреляции.

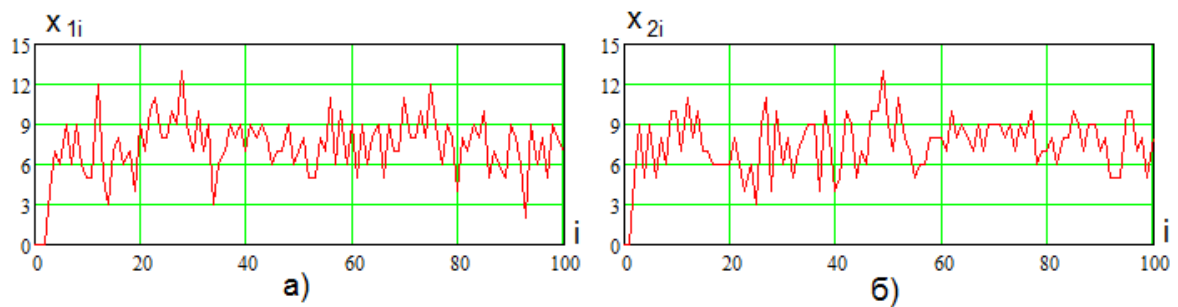


Рисунок 3.8. Временная реализация

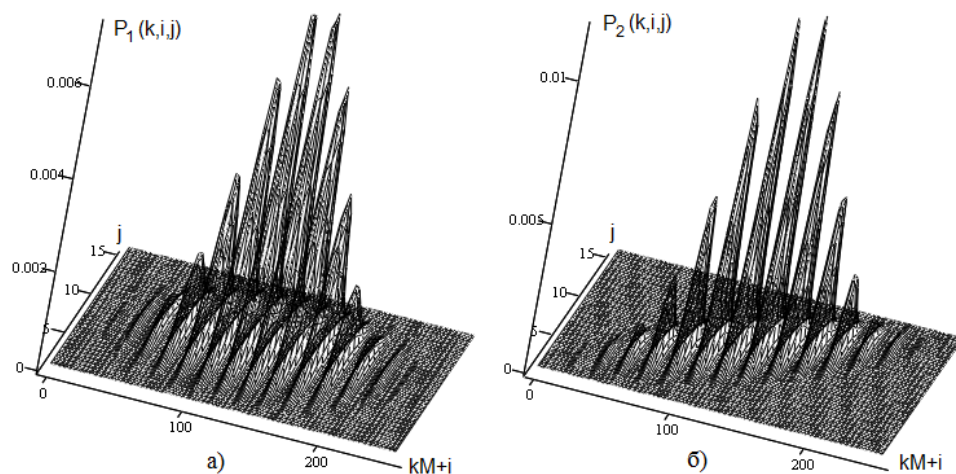


Рисунок 3.9. Совместные распределения вероятностей

Если перейти к описанию процессов x_{1i} и x_{2i} простой цепью Маркова, то их

матрицы совместных вероятностей $[P_1(i, j)]$ и $[P_2(i, j)]$,

$$P(i, j) = \sum_{k=1}^M P(k, i, j), \quad (3.106)$$

оказываются практически одинаковы $[P(i, j)] = [P_1(i, j)] = [P_2(i, j)]$ (рисунок 3.10, а), то же относится и к нормированной корреляционной функции $r_n = r_{1n} \approx r_{2n}$ (рисунок 3.10, б, точками отмечены значения r_{1n} , а пунктиром — r_{2n}). Как видно, рассматриваемые случайные процессы (рисунок 3.8) не различаются в рамках простой цепи Маркова.

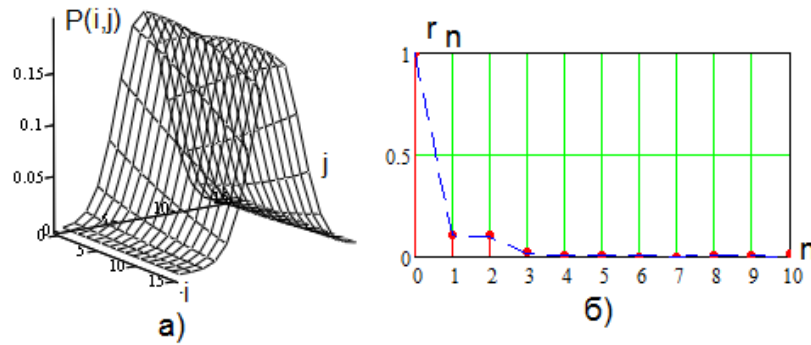


Рисунок 3.10. Двумерное распределение вероятностей и корреляционная функция

Таким образом, возможности по представлению свойств случайных процессов в двухсвязной модели значительно шире, чем в простой цепи Маркова.

Из совместных распределений вероятностей $[P_1(k, i, j)]$ и $[P_2(k, i, j)]$ классов G_1 и G_2 согласно (2.26) получим соответствующие переходные вероятности

$$P_{kij}^{(1)} = \frac{P_1(k, i, j)}{\sum_{\nu=1}^M P_1(k, i, \nu)}, \quad (3.104)$$

$$P_{kij}^{(2)} = \frac{P_2(k, i, j)}{\sum_{\nu=1}^M P_2(k, i, \nu)}, \quad (3.105)$$

их трехмерные диаграммы в координатах $(kM + i, j)$ показаны на рисунке 3.11. Как

видно, изменение коэффициента корреляции $r_{13} = r_{31}$ существенно влияет на переходные вероятности двухсвязной марковской модели.

В соответствии с (3.22) определим решающие статистики

$$L_{1m} = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log P_{kij}^{(m)}, \quad (3.106)$$

$$L_{2m} = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log P_{kij}^{(m)}, \quad (3.107)$$

где m — номер класса, а числа l_{kij} переходов значений квантованного случайного процесса от $z_{n-2} = k$ и $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ (n — номер отсчета) определяются по выборке объемом L_0 .

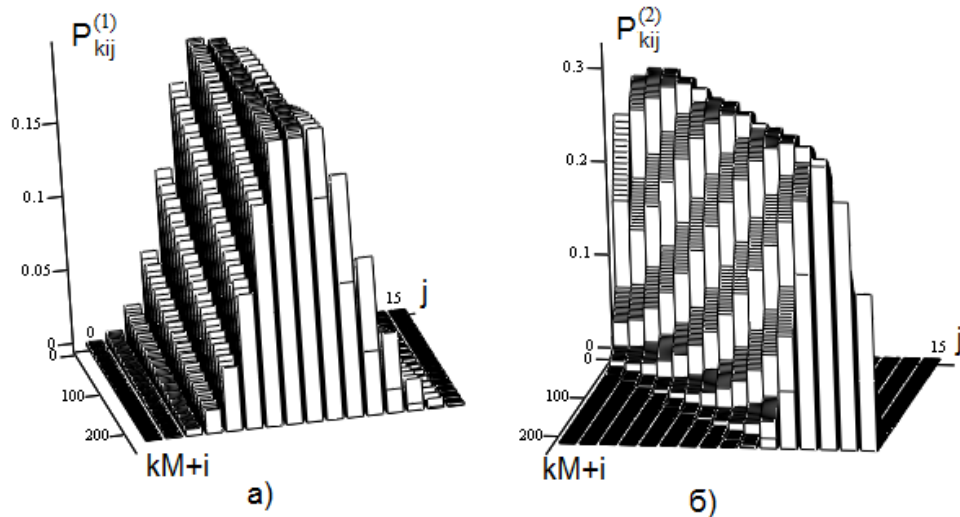


Рисунок 3.11. Трехмерные диаграммы матриц переходных вероятностей

На рисунке 3.12 показаны полученные в результате статистического имитационного моделирования зависимости L_{11} и L_{12} (случайный процесс принадлежит первому классу G_1) от номера статистического эксперимента m при $L_0=128$, аналогичные показанным на рисунке 3.4 для простой цепи Маркова.

Как видно, уже при сравнительно небольшом числе отсчетов $L_0=128$ имеется возможность уверенно определять принадлежность наблюдаемой выборки. Как и для простой цепи Маркова, в рассматриваемом случае распределение вероятностей

значений решающих статистик хорошо аппроксимируется нормальным законом.

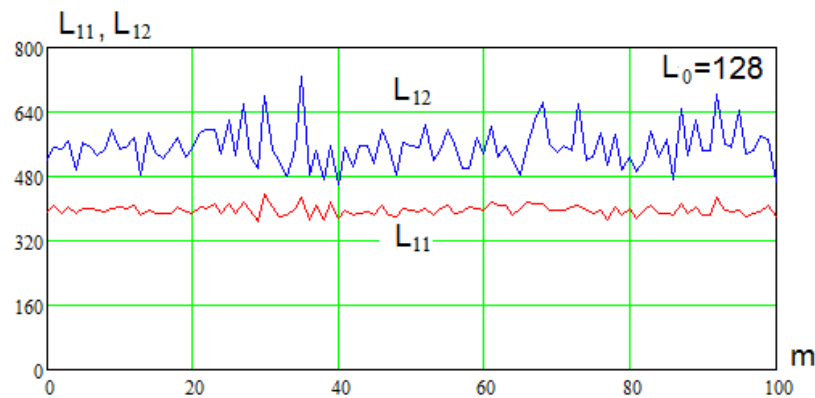


Рисунок 3.12. Решающие статистики

Решение о принадлежности выборки принимается путем сравнения разности решающих статистик с порогом (3.30) — (3.32). На рисунке 3.13, а показана зависимость $L_{12} - L_{11}$ (случайный процесс принадлежит первому классу G_1) от номера статистического эксперимента m при $L_0=128$.

При уменьшении объема принимаемой выборки до $L_0=32$ значения разности решающих статистик уменьшается и появляются ошибочные решения $L_{12} - L_{11} < 0$ даже при нулевом пороге (отмечены стрелкой на рисунке 3.13, б).

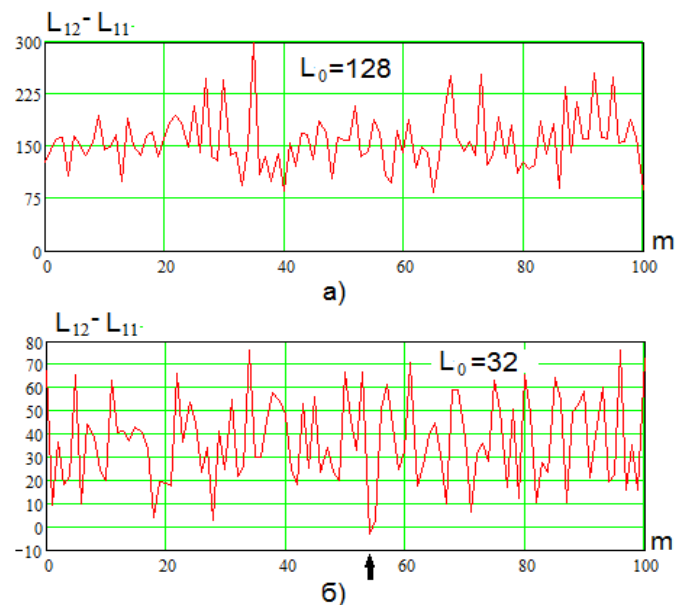


Рисунок 3.13. Разность решающих статистик

На рисунке 3.14, а представлены гистограммы h_1 разности $\Delta L_1 = L_{12} - L_{11}$, а

на рисунке 3.14, б — гистограммы h_2 разности $\Delta L_2 = L_{21} - L_{22}$ при $L_0=128$. Пунктиром на рисунке 3.14 показана гауссовская аппроксимация, которая, как видно, хорошо описывает вероятностные свойства разности решающих статистик в двухсвязной марковской модели. Аналогичные результаты получены и для простой цепи Маркова (рисунок 3.6, а).

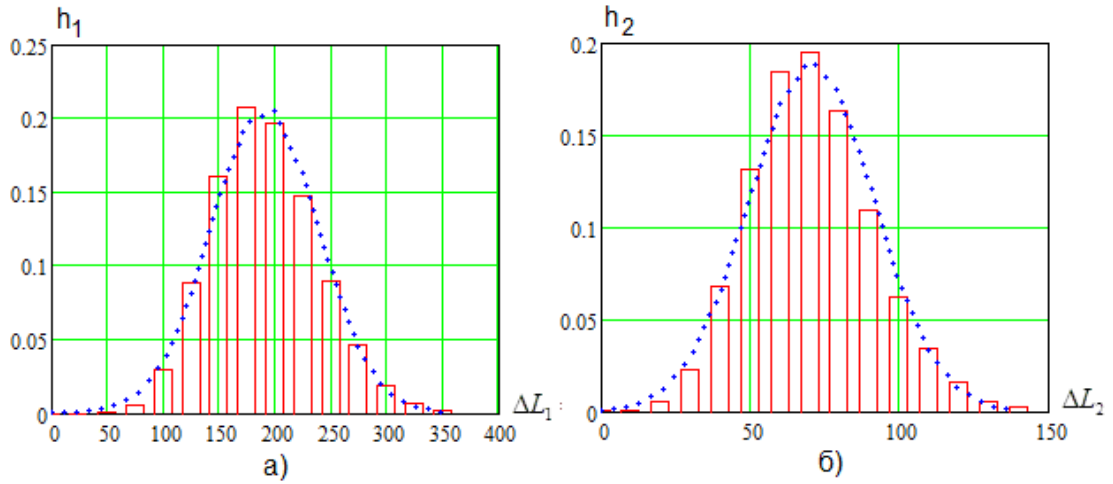


Рисунок 3.14. Гистограммы разности решающих статистик

Рассмотрим энтропийные характеристики для рассматриваемого примера классификации гауссовских случайных процессов на основе двухсвязной марковской модели. Решающие статистики L_{nm} можно записать в виде (3.98), где $n=1$ или 2 — номер класса, к которому принадлежит наблюдаемая выборка с совместным распределением вероятностей $Q(k, i, j)$, $m=1$ или 2 — номер класса, для которого формируется решающая статистика, а

$$\Delta H_{nm} = H_{3nm}(Q, P^{(m)}) - H_{2nm}(Q, P^{(m)}). \quad (3.108)$$

В таблице 3.2 приведены результаты расчета энтропийных характеристик. Если наблюдаемая выборка принадлежит классу G_2 , то решающие статистики определяются (3.100), а их разность — (3.101).

Таблица 3.2. Результаты расчета энтропийных характеристик

$\begin{smallmatrix} m \\ n \end{smallmatrix}$	H_{3nm}		H_{2nm}		ΔH_{nm}	
	1	2	1	2	1	2
1	9,161	10,5	6,116	6,116	3,045	4,38
2	9,07	8,486	6,116	6,116	2,95	2,37

Как видно, двумерная энтропия $H_{2nm}(Q, P^{(m)})$ одинакова для всех n и m , то есть простая марковская модель не позволяет описывать различия в рассматриваемых классах случайных процессов, что подтверждает результаты, показанные на рисунке 3.10.

В соответствии с решающим правилом (3.30) для простой марковской модели разность минимальных значений решающих статистик $\Delta L = L_{k1} - L_{k0}$ должна быть не меньше порога D , равного

$$D = \log_2 \left[\frac{\sum_{k=1, k \neq k_0}^K p_{z_1}^{(k)} \cdot P(G_k)}{p_{z_1}^{(k_0)}} \frac{P_0}{1 - P_0} \right], \quad (3.109)$$

а в равновероятном случае из (3.31) получим

$$D = \log_2 \left[\frac{K-1}{K} \frac{P_0}{1 - P_0} \right]. \quad (3.110)$$

На рисунке 3.15 показаны зависимости порога (3.110) от числа классов для различных P_0 (рисунке 3.15, а) и от доверительной вероятности (рисунок 3.15, б) при большом K . Как видно, порог слабо зависит от числа классов и определяется требуемой доверительной вероятностью P_0 принимаемых решений.

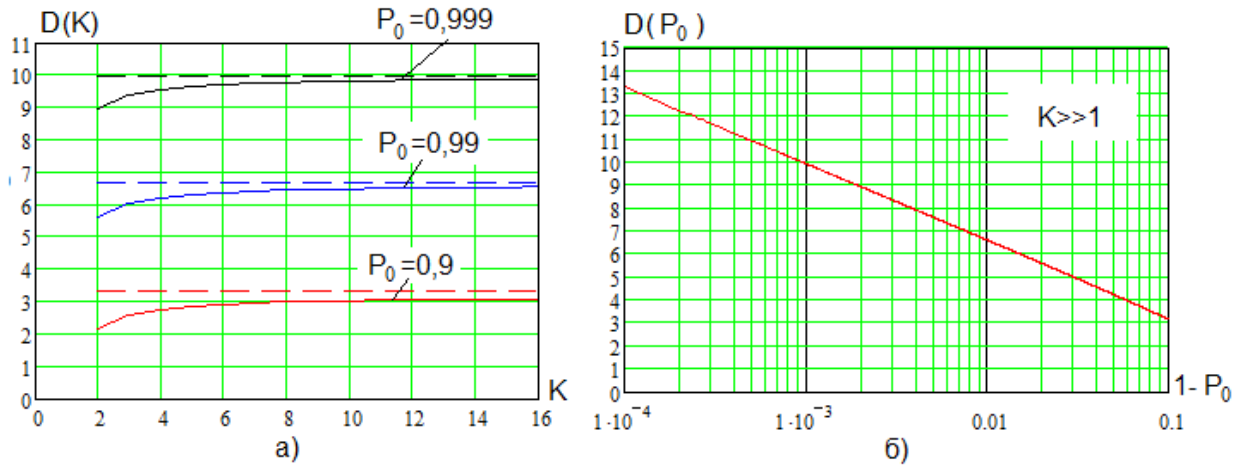


Рисунок 3.15. Порог принятия решения

Выражения (3.88) и (3.89) позволяют оценить число отсчетов N , необходимое для формирования решения о принадлежности наблюдаемой выборки с заданной достоверностью для простой цепи Маркова

$$N \geq 1 + \frac{\Pi}{\left[H_2(Q, P^{(k1)}) - H_2(P^{(k0)}(i, j)) \right] - \left[H_1(Q, P^{(k1)}) - H_1(P^{(k0)}(i)) \right]}. \quad (3.111)$$

Для двухсвязной марковской модели соответственно получим

$$N \geq 1 + \frac{\Pi}{\left[H_3(Q, P^{(k1)}) - H_3(P^{(k0)}(k, i, j)) \right] - \left[H_2(Q, P^{(k1)}) - H_2(P^{(k0)}(k, i)) \right]}. \quad (3.112)$$

Усредненный требуемый объем выборки определяется порогом и энтропийными характеристиками наблюдаемого случайного процесса и анализируемых классов.

На рисунке 3.16 показана зависимость оценки необходимого числа измерений N от среднеквадратического отклонения для второго класса (G_2) σ_2 при фиксированном значении $\sigma_1 = 1$ для первого класса (G_1) в рассмотренном ранее примере классификации гауссовских случайных процессов при $\Pi = 10$ ($P_0 \approx 0.999$ согласно рисунка 3.15).

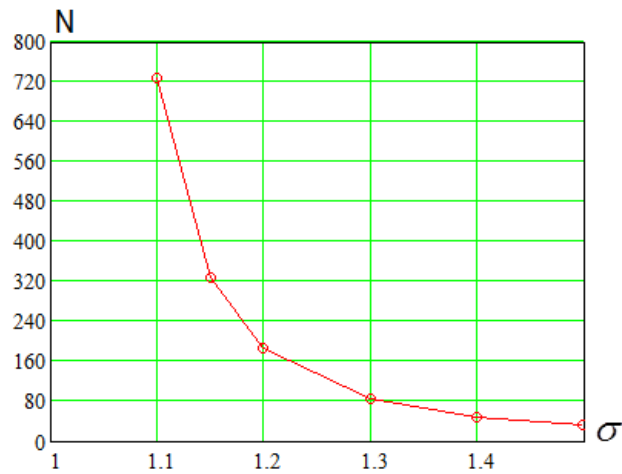


Рисунок 3.16. Число измерений

Как видно, при сближении статистических (и энтропийных) свойств классов резко возрастает необходимое число измерений. При $\sigma_2 = 1,5$ получим $N = 32$, что хорошо согласуется с результатами, показанными на рисунке 3.7.

Аналогичные результаты получены и для двухсвязной марковской модели.

3.4. Выводы по третьей главе

1. Проведен анализ апостериорных вероятностей классов для простой цепи Маркова и на его основании предложен алгоритм классификации случайных процессов.

2. Рассмотрены статистические характеристики двухсвязной марковской модели, предложен соответствующий алгоритм классификации случайных процессов, позволяющий учитывать их тонкие статистические свойства.

3. Предложена вальдовская процедура классификации случайных процессов на основе их марковских моделей, показано, что ее применение уменьшает необходимый объем выборки.

4. Рассмотрены свойства решающих статистик простой марковской модели, разработана метрика классов. Получены их статистические характеристики, показано, что решающие статистики имеют нормальное распределение вероятностей. Получены оценки их среднего значения и дисперсии.

5. Проведен анализ статистических характеристик решающих статистик двухсвязной марковской модели. Получены оценки их среднего значения и дисперсии.

6. Исследованы энтропийные характеристики простой и двухсвязной марковской модели. Показано, что энтропии и информационные дивергенции определяют свойства и возможности алгоритмов классификации. Получены энтропийные оценки усредненных значений решающих статистик. Показано, что среднее значение разности решающих статистик пропорциональны информационным дивергенциям наблюдаемой выборки и анализируемых классов.

7. Проведено статистическое имитационное моделирование разработанных алгоритмов на примере классификации гауссовских случайных процессов. Установлено, что они позволяют эффективно различать процессы с близкими статистическими свойствами. Показано, что двухсвязная марковская модель обеспечивает классификацию процессов, которые не различаются в рамках простой цепи Маркова.

8. Получены оценки средней продолжительности процедуры классификации (необходимого объема выборки).

9. Разработан алгоритм классификации потоков данных для системы машинного обучения, основанный на формировании решающих статистик, получаемых с помощью марковских моделей потоков данных, обеспечивающий максимум отношения правдоподобия. Алгоритм позволяет повысить достоверность принимаемых решений.

4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АЛГОРИТМОВ КЛАССИФИКАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

4.1. Структура программного обеспечения

Для реализации процедуры классификации необходимо разработать программы формирования марковских моделей анализируемых классов, исследования метрики решающих статистик и на основе этого программу классификации случайных сигналов. Обобщенная структурная схема программного обеспечения показана на рис. 4.1.

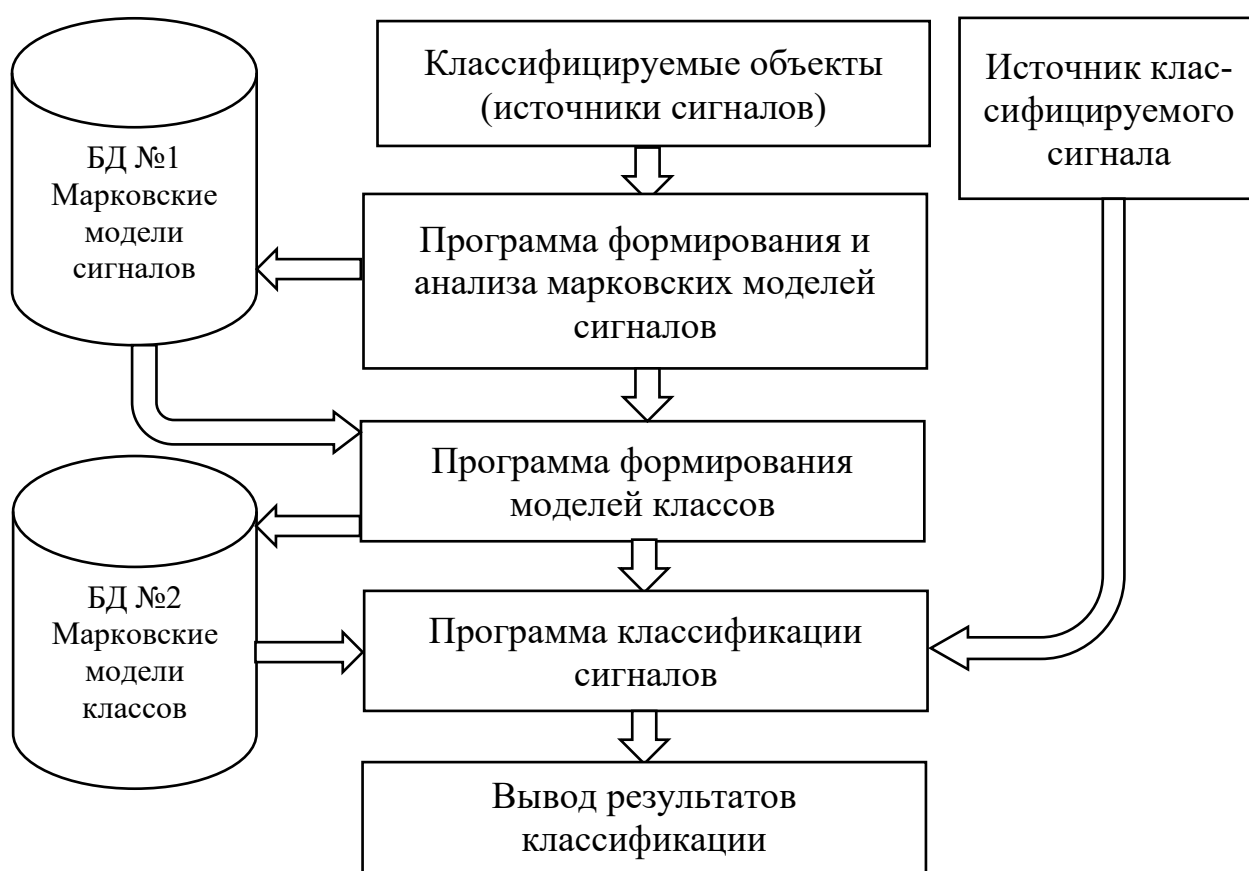


Рисунок 4.1. Обобщенная структурная схема программного обеспечения

Информационные сигналы поступают от исследуемого объекта, формируются и анализируются их марковские модели.

Модели классов формируются в процессе обучения алгоритма классификации. Для этого используются либо теоретические сведения о многомерных плотностях вероятностей анализируемых случайных процессов, либо экспериментальные реализации (выборки) отсчетов анализируемых процессов с известной принадлежностью выбранному классу (обучение с учителем).

Для построения моделей классов необходимо разработать программу для исследования «расстояния» полученных в ходе обучения моделей сигналов внутри класса и между выбранными классами в метрике решающих статистик. Необходимо выделить и устранить из модели класса «неудачные» или «подозрительные» модели сигналов либо разделить класс на подклассы. По результатам анализа моделей сигналов формируются и накапливается их база данных (БД №1), из нее выбираются модели сигналов, определяющие анализируемые классы, и формируется база данных классов (БД №2).

Для формирования решений о принадлежности наблюдаемого сигнала соответствующему классу необходимо разработать программу классификации, в которую передаются сформированные модели заданных классов из БД №2 и наблюдаемая выборка отсчетов от соответствующего источника.

4.2. Обучение алгоритма классификации

Задача классификации случайных процессов перекликается с теорией распознавания образов [1—9], теории кластеризации [10, 70], распознавания сигналов и изображений [73, 74], нейронных сетей [11, 12, 75], в которых разрабатываются различные методы формирования решений на основе поступающей информации.

При проектировании технических систем используется их адаптация к изменяющимся условиям функционирования на основе обучения и самообучения [76, 77]. В технике чаще всего используется обучение с «учителем» и самообучение, в том числе и обучение «с подкреплением» [77].

Обучение с «учителем» предполагает, что системе классификации предъявляются реализации случайных процессов, для которых известна принадлежность к одному из заранее выбранных классов (классифицированные выборки). Например, если необходимо «научить» систему классификации различать состояния сердечно-сосудистой системы пациентов по ритмограммам, то ей необходимо предъявить реализации ритмограмм, для которых в результате медицинских исследований врачи («учитель») установили соответствующее состояние. Система формирует марковские модели этих ритмограмм, по которым строится усредненная матрица переходных вероятностей (центр класса) и могут выбираться модели, определяющие границы классов.

Самообучение технических систем весьма разнообразно [76]. Применительно к рассматриваемой задаче классификации [110] оно может заключаться в обработке поступающих выборок отсчетов случайных процессов (например, радиосигналов) неизвестного класса, формировании для них матриц переходных вероятностей и определении близости между ними в метрике решающих статистик. Близкие между собой марковские модели объединяются в классы, для которых формируется усредненная модель, с которой сравниваются поступающие сигналы. Если новая модель удалена от построенных ранее, она соответствует новому классу. Информация о содержании и свойствах выявленных классов извлекается в процессе функционирования системы, например, при обработке заранее классифицированных выборок.

В режиме обучения [109] система (программа) по полученной классифицированной выборке отсчетов случайного процесса формирует матрицу суммарных чисел перехода l_{ij} значений квантованной последовательности отсчетов z_n от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{2, N}$, на основе которых можно определить экспериментальную оценку совместной вероятности (2.7)

$$P(z_1 = i, z_2 = j) = \frac{l_{ij}}{(N-1)}, \quad (4.1)$$

которая полностью определяет простую цепь Маркова, и затем переходные вероятности в виде (2.5)

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{l_{ij}}{\sum_{k=1}^M l_{ik}}. \quad (4.2)$$

Для двухсвязной марковской модели совместные вероятности $P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j)$ также оцениваются по экспериментальным значениям чисел переходов l_{kij} (2.19) в виде

$$P(z_1 = k, z_2 = i, z_3 = j) = P(k, i, j) = \frac{l_{kij}}{(N-2)}. \quad (4.3)$$

а для переходных вероятностей получим

$$\tilde{P}_{kij} = \frac{l_{kij}}{\sum_{\nu=1}^M l_{ki\nu}}. \quad (4.4)$$

Как уже отмечалось, выражения (4.2) и (4.4) непригодны, если в j -й строке матриц l_{ij} или l_{kij} сумма чисел переходов равна нулю, тогда для вычисления чисел перехода необходимо использовать оценки (2.56) или (2.57) соответственно,

$$\tilde{P}_{ij} = \frac{l_{ij} + a}{\sum_{k=1}^M l_{ik} + Ma}, \quad (4.5)$$

$$\tilde{P}_{kij} = \frac{l_{kij} + a}{\sum_{\nu=1}^M l_{ki\nu} + Ma}. \quad (4.6)$$

Выбор величины a , например, $a=1$, может быть проведен по результатам тестирования системы классификации с точки зрения минимизации вероятности ошибочных решений.

Как видно, основой для формирования марковской модели является экспериментальная матрица чисел перехода l_{ij} или l_{kij} .

По результатам обработки множества классифицированных реализаций сигналов формируется усредненная матрица (модель) класса и, при необходимости, модели границ классов.

Для достаточно достоверной оценки матриц чисел перехода и переходных вероятностей необходимо располагать классифицированными выборками отсчетов сигнала $N_{\text{ОБЩ}}$:

- для простой цепи Маркова $N_{\text{ОБЩ}} \gg (10 \div 100)M^2$;
- для двухсвязной марковской модели $N_{\text{ОБЩ}} \gg (10 \div 100)M^3$.

Например, при $M=64$ для простой цепи Маркова $N_{\text{ОБЩ}} \gg 10^5$, а для двухсвязной модели $N_{\text{ОБЩ}} \gg 10^7$, то есть для формирования моделей классов необходимо располагать классифицированными выборками большого объема.

Для обучения системы классификации состояний пациентов по ритмограммам, свойства которых зависят от времени суток, необходимо использовать классифицированные реализации длительностью 1 час объемом примерно 100 отсчетов. Тогда даже для простой марковской модели потребуется более $N_{\text{ОБЩ}}/100 \gg 10^3$ классифицированных записей для каждого класса, что требует обследования нескольких тысяч пациентов. Для двухсвязной марковской модели эти требования повышаются в несколько десятков раз.

При формировании марковских моделей радиотехнических сигналов частота их дискретизации достаточно велика и выборки большого объема могут быть получены при небольших затратах времени, например, при частоте дискретизации 1 МГц объем выборки $N_{\text{ОБЩ}} \gg 10^5$ можно получить за несколько секунд. Поэтому

в дальнейшем будем рассматривать классификацию радиотехнических сигналов на основе простой цепи Маркова.

Процедура обучения «с учителем» предусматривает формирование обучающей выборки объемом $N_{\text{общ}}$, по которой формируется матрица чисел перехода l_{ij} и затем матрица переходных вероятностей P_{ij} . При короткой обучающей выборке будет получена грубая оценка P_{ij} (она будет существенно отличаться от истинной модели класса), что приведет к увеличению ошибок классификации.

Методом статистического имитационного моделирования проведем анализ [109] требований к объему обучающей выборки на примере классификации нормального случайного процесса с различными коэффициентами корреляции. Его двумерная плотность вероятностей имеет вид

$$w(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{(x_1 - x_{\text{CP}})^2 + 2r(x_1 - x_{\text{CP}})(x_2 - x_{\text{CP}}) + (x_2 - x_{\text{CP}})^2}{2(1-r^2)\sigma^2}\right], \quad (4.7)$$

x_{CP} — среднее значение, σ^2 — дисперсия, r — коэффициент корреляции. Примем $x_{\text{CP}} = 0$, $\sigma^2 = 1$, $r_1 = -0,4$ для процессов первого класса (G_1) и $r_2 = -0,6$ — для второго класса (G_2). Программа моделирования приведена в Приложении А.

В ходе моделирования формируются обучающие выборки из $N_{\text{общ}}$ отсчетов для классов G_1 и G_2 , по которым в течение KK_1 циклов моделирования строятся оценки матриц переходных вероятностей в соответствии с (4.5), и затем в течение KK_2 циклов формируются реализации отсчетов из класса G_1 нарастающего объема с шагом L_0 , для которых определяются решающие статистики L_1 и L_2 вида (3.4), формируется их разность $\Delta L = L_2 - L_1$, которая сравнивается с порогом (3.110) при числе классов $K=2$,

$$D = \log_2 \left[\frac{1}{2} \frac{P_0}{1 - P_0} \right]. \quad (4.8)$$

Если $\Delta L \geq D$, то принимается правильное решение о принадлежности реализации

классу G_1 (обрабатывается выборка отсчетов из этого класса), а если $\Delta L < -D$, то принимается ошибочное решение о принадлежности реализации классу G_2 . В результате формируется оценка вероятности ошибки

$$P_{OШ} = \frac{Q_{OШ}}{KK_1 \cdot KK_2}, \quad (4.9)$$

где $Q_{OШ}$ — число полученных ошибочных решений.

Формируемые в классах G_1 и G_2 гауссовские случайные процессы отличаются только коэффициентами корреляции $r_1 = -0,4$ и $r_2 = -0,6$, у них похожи временные реализации, одинаковы одномерные распределения вероятностей. Корреляционные функции $r(k)$ этих сигналов показаны на рис. 4.2. (k — величина смещения), пунктиром показаны зависимости $|r_1|^k$ и $|r_2|^k$ соответственно. Спектры этих сигналов показаны на рисунке 4.3. Как видно, между рассматриваемыми классами нет существенных различий.

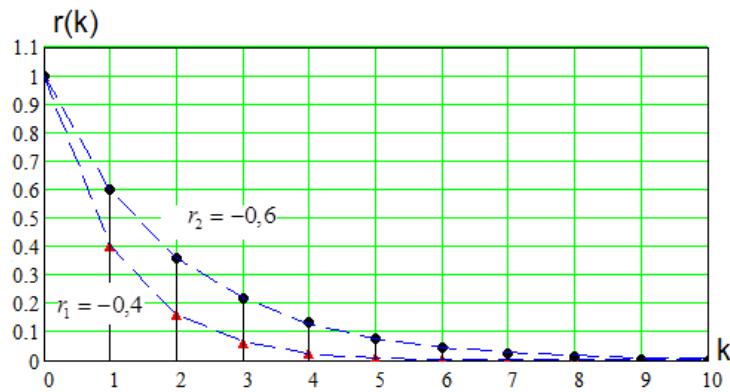


Рисунок 4.2. Корреляционные функции сигналов

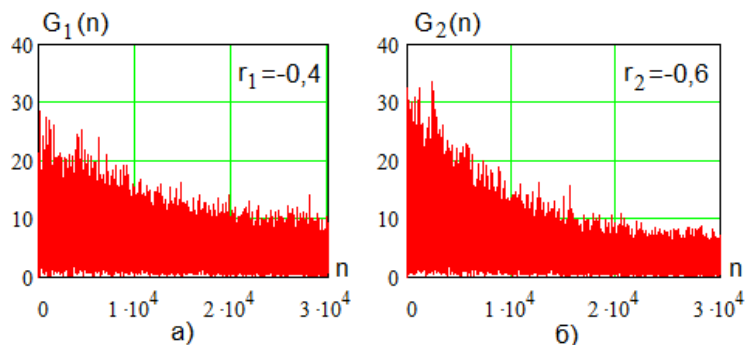


Рисунок 4.3. Спектры сигналов

На рисунке 4.4 приведена полученная в результате статистического имитационного моделирования зависимость вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ от объема обучающей выборки $N_{\text{общ}}$ при значении порога $D=3$, что соответствует доверительной вероятности $P_0 = 0,9$ (рис. 3.15).

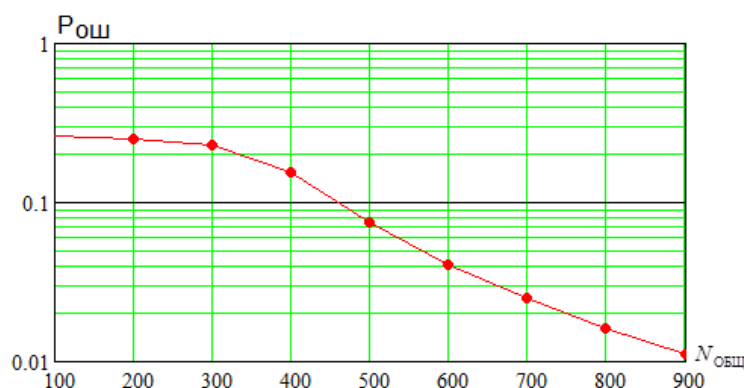


Рисунок 4.4. Вероятность ошибки

При заданном $N_{\text{общ}}$ наблюдается значительный разброс числа ошибок, что обусловлено возможностью появления «неудачных» обучающих выборок. Как видно, с ростом $N_{\text{общ}}$ вероятность ошибок падает.

При увеличении порога до $D = 7$ ($P_0 = 0,99$) и $N_{\text{общ}} = 400$ вероятность ошибки падает от $P_{\text{ош}} = 0,15$ до 0,011, при этом возрастает время классификации. При сближении классов (значений r_1 и r_2) вероятность ошибки увеличивается и для ее снижения необходимо повышать $N_{\text{общ}}$.

В целом результаты моделирования свидетельствуют о высокой эффективности алгоритма классификации случайных процессов на основе их марковских моделей даже при слабых отличиях свойств классов. Для уверенной классификации с малым числом ошибок алгоритм должен быть качественно «обучен», величина $N_{\text{общ}}$ должна быть не менее $10^4 \div 10^5$ отсчетов для каждого класса. С ростом числа классов требования к качеству обучения повышаются.

4.3. Программное обеспечение процедуры классификации

Программное обеспечение процедуры классификации случайных процессов обеспечивает выполнение следующих операций:

- формирование матриц чисел перехода значений случайного процесса;
- анализ решающих статистик для выбранных моделей классов;
- классификацию случайных процессов.

Программа формирования чисел перехода [78] позволяет для указанного ей файла, содержащего классифицированную реализацию отсчетов сигнала, построить матрицу чисел перехода l_{ij} значений отсчетов z_n от $z_{n-1} = i$ к $z_n = j$ для всех $n = \overline{2, N}$. Эта матрица удобна для накопления информации о свойствах модели и построения ее усредненных вариантов, из нее определяется матрица переходных вероятностей.

Программа анализа решающих статистик позволяет сравнивать их значения для файла, содержащего анализируемую выборку отсчетов, со всеми моделями в выбранном классе.

Программа классификации случайных процессов [79] предназначена для решения задачи классификации реализации сигнала в выбранном входном файле.

В рассматриваемом примере производится обработка радиосигнала с выхода DOWN-конвертера приемника, который формирует две квадратурных реализации отсчетов сигнала, образующие комплексные отсчеты сигнала (первая реализация — действительная часть, вторая — мнимая).

Обобщенная структурная схема и исходное рабочее окно программы [78] формирования матриц чисел перехода показаны на рисунках 4.5 и 4.6.

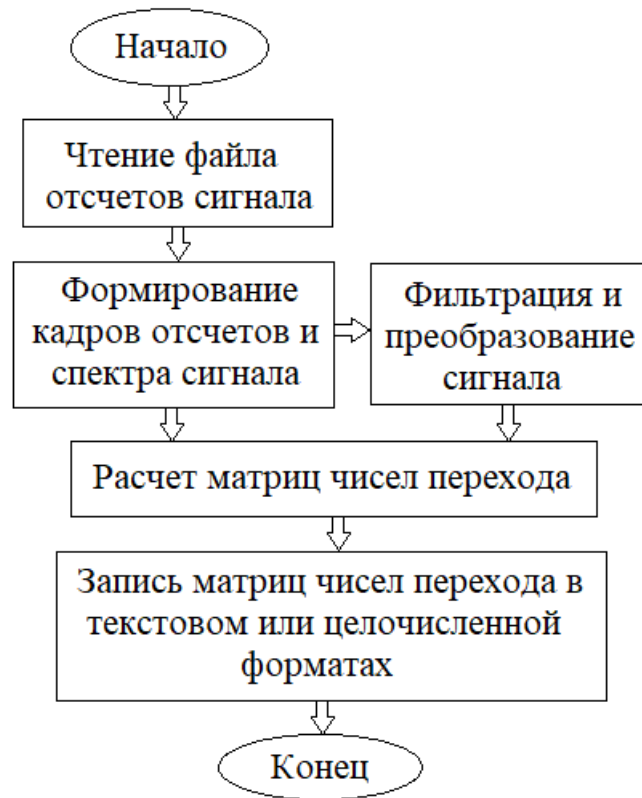


Рисунок 4.5. Структурная схема программы формирования матриц чисел перехода

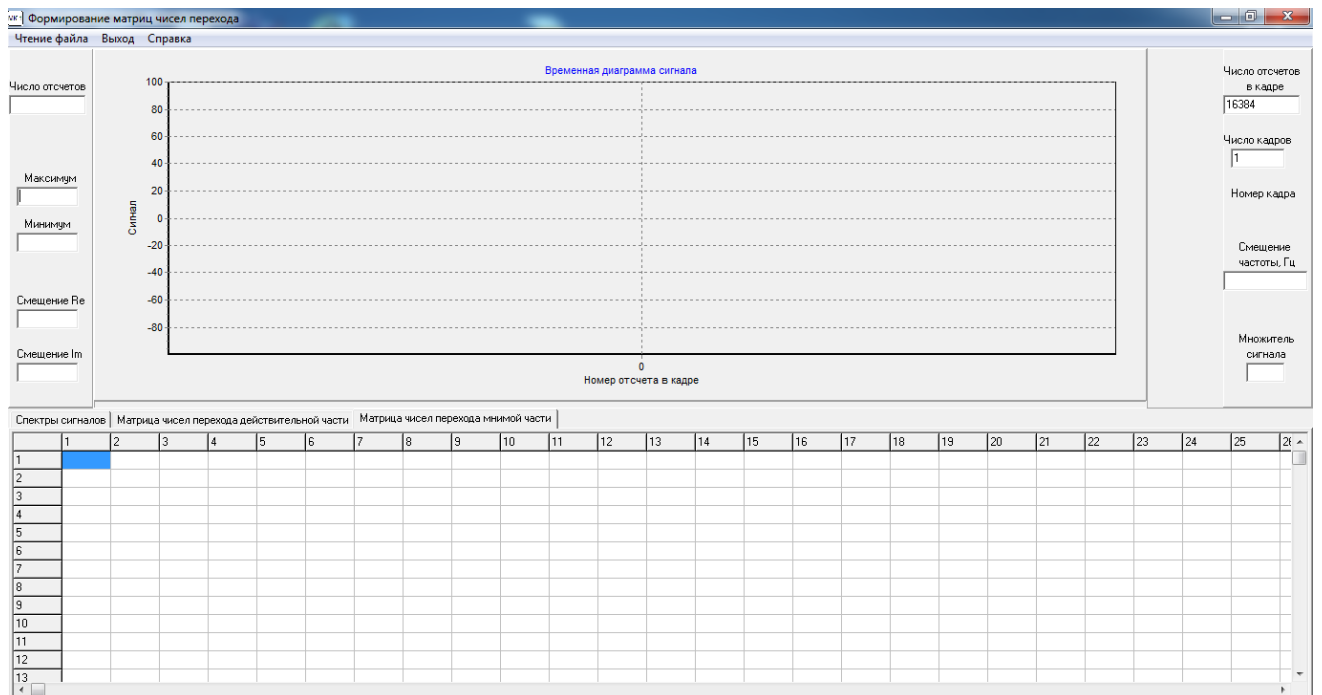


Рисунок 4.6. Рабочее окно программы формирования матриц чисел перехода

Для запуска программы необходимо нажать кнопку «Чтение файла» и в диалоговом окне выбрать его имя. После считывания файла отсчетов широкополосного ЧМ сигнала рабочее окно имеет вид, показанный на рисунке 4.7.

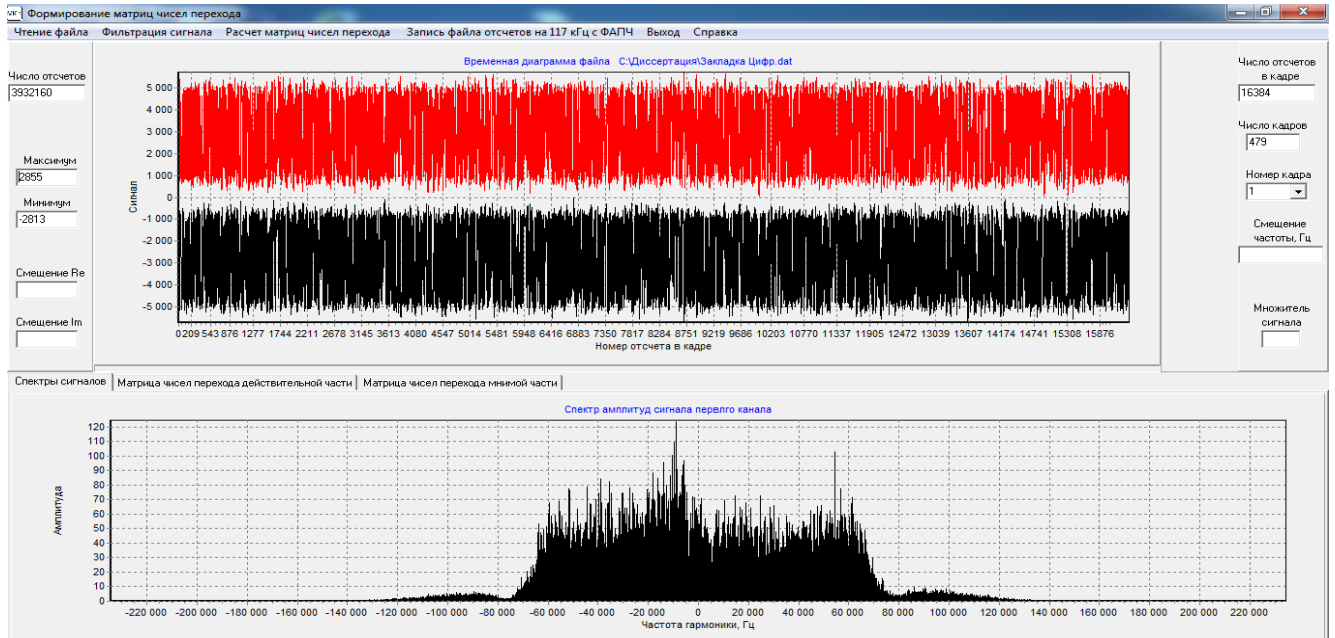


Рис. 4.7. Временная реализация сигнала и его спектр амплитуд

В его верхней части показаны реализации откликов квадратурных каналов (в условных единицах), а в нижней части – спектр амплитуд сигнала. Всего имеем $3,9 \cdot 10^6$ отсчетов, которые выдаются на экран по кадрам из 16394 отсчетов.

Нажатием кнопки «Фильтрация сигнала» по результатам спектрального анализа программа выбирает частотный фильтр, параметры которого указаны в окнах на рисунок 4.8, а амплитудно-частотная характеристика показана сплошной линией на графике спектра амплитуд.

При необходимости параметры фильтра можно изменить в соответствующих окнах редактирования и нажатием кнопки «Фильтровать сигнал» запустить алгоритм цифровой фильтрации исходной реализации отсчетов сигнала, по которой в дальнейшем будет формироваться матрица чисел перехода для простой цепи Маркова. Программа позволяет нажатием соответствующей кнопки преобразовать полученную реализацию с выхода DOWN-конвертера в классическую реализацию сигнала с выхода тракта промежуточной частоты радиоприемника 117 кГц.

Нажатием кнопки «Расчет матриц чисел перехода» запускается процедура формирования марковской модели, рабочее окно показано на рис. 4.9.

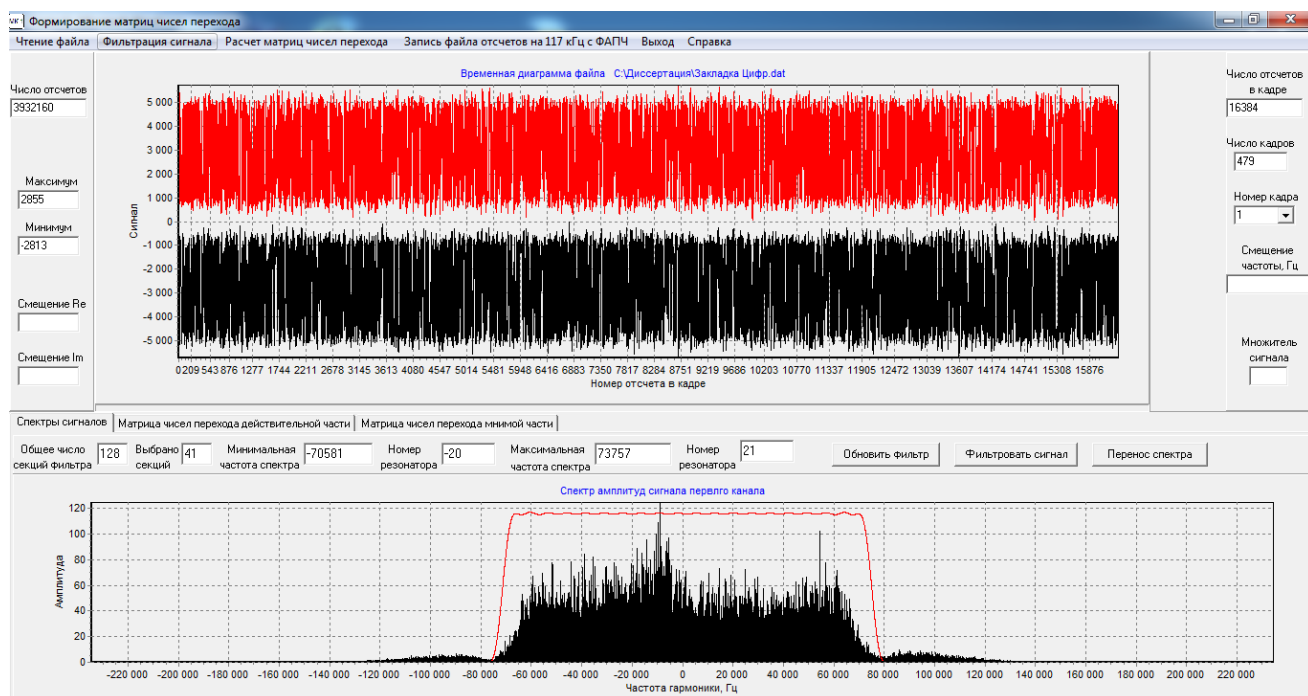


Рис. 4.8. Фильтрация сигнала.

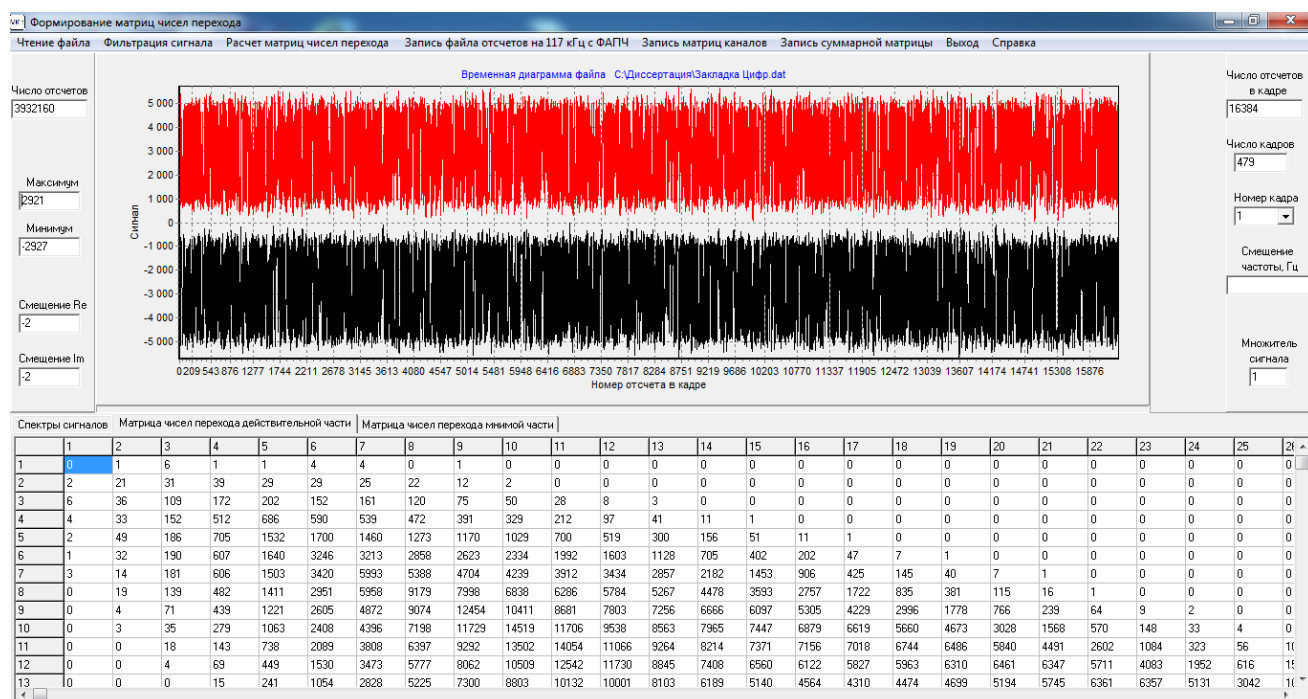


Рис. 4.9. Формирование марковской модели.

Полученные матрицы размера 64×64 (4096 элементов) можно записать в

файлы в виде текста с расширением .txt и в целочисленном виде с расширением .mat отдельно для каждого квадратурного канала или в виде суммарной матрицы чисел перехода. На их основе формируются марковские модели сигналов. В качестве примера сформированы марковские модели трех классов радиосигналов:

- сигнал вещательной станции с амплитудной модуляцией (класс 1 — G_1);
- сигнал с широкополосной аналоговой частотной модуляцией (класс 2 — G_2);
- сигнал с цифровой частотной модуляцией - GMSK (класс 3 — G_3).

Обобщенная структурная схема и рабочее окно программы расчета и анализа решающих статистик показаны на рисунках 4.10 и 4.111.

Полученные с помощью программы «Формирование матриц чисел переходов» экспериментальные модели классов в виде файлов матриц целых чисел с расширением .mtr записываются в папках с именами «1», «2» и так далее, имена папок соответствуют номерам классов, образуя простую и удобную для изменения базу данных моделей.

В верхней левой части окна представлена таблица, в которую выводятся имена файлов моделей соответствующего класса. В окнах указывается объем анализируемой выборки отсчетов сигнала и раскрывающийся список номеров анализируемых классов. Ниже расположена таблица, в которую выводятся значения решающих статистик для всех моделей всех классов.

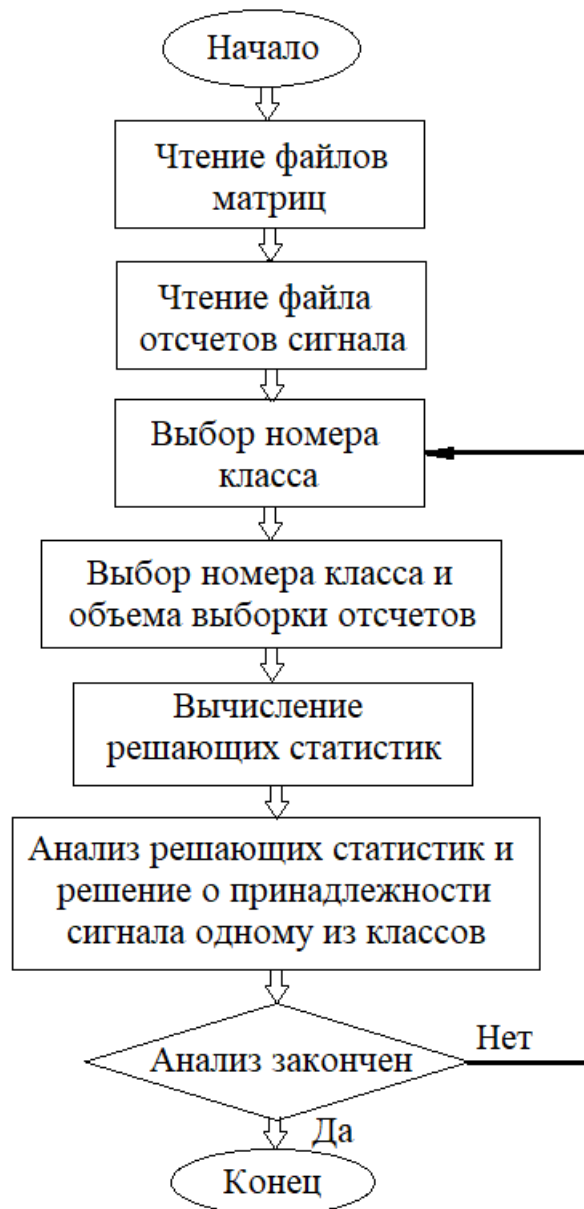


Рисунок 4.10. Структурная схема и программа расчета и анализа решающих статистик

В нижней части окна размещены области вывода графиков значений решающих статистик в зависимости от номера анализируемой выборки отсчетов (по умолчанию 100000), выбираемой последовательно из принятого файла данных, для всех моделей в выбранном классе (слева) и для усредненных моделей классов (справа).

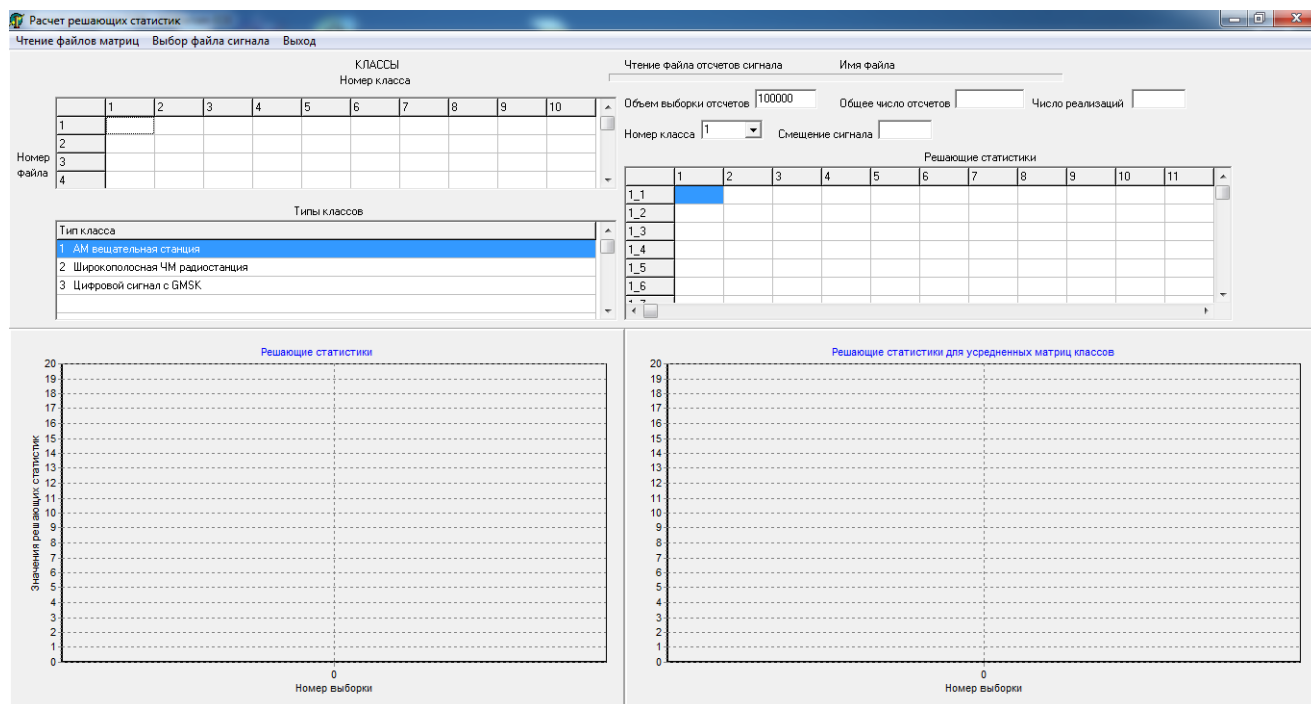


Рисунок 4.11. Программа расчета и анализа решающих статистик

По записям радиосигналов из выбранных классов в ходе обучения «с учителем» сформированы по несколько файлов матриц чисел переходов для классов G_1 (10 файлов), G_2 (7 файлов) и G_3 (4 файла), которые находятся в папках с именем номера класса в директории программы. Они загружаются в программу нажатием кнопки «Чтение файлов матриц», после чего вычисляются оценки переходных вероятностей $\tilde{P}_{ij}$ согласно (4.5) при $\alpha = 1$.

Нажатием кнопки «Выбор файла сигнала» открывается диалоговое окно, в котором указывается файл с анализируемой выборкой отсчетов, которая разбивается на выборки по N отсчетов (по умолчанию $N = 10^5$), и затем вычисляются решающие статистики (3.21) для всех классов

$$L_k = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{ij} \cdot \log_2 P_{ij}^{(k)}. \quad (4.10)$$

Значения L_k для удобства отображения нормируются в виде

$$H_k = \frac{L_k}{N-1}. \quad (4.11)$$

Величины H_k случайны, определяются анализируемой выборкой отсчетов и колеблются вокруг среднего значения H_{CPk} , определяемого (3.40) в виде

$$H_{CPk} = H_2(Q, P^{(k)}) - H_1(Q, P^{(k)}), \quad (4.12)$$

где $H_2(Q, P^{(k)})$ — перекрестная энтропия (3.41) процессов с двумерными распределениями $Q(i, j)$ и $P^{(k)}(i, j)$, а $H_1(Q, P^{(k)})$ — перекрестная энтропия (3.42) процессов с одномерными распределениями $Q(i)$ и $P^{(k)}(i)$. Величины H_{CPk} можно выразить через собственные энтропии наблюдаемого процесса и его информационные дивергенции с моделью класса согласно (3.45). Среднеквадратическое отклонение σ_k решающих статистик оценивается выражением (3.63). Нормированные значения (4.11) решающих статистик H_k выводятся в таблицу и графики в рабочем окне программы.

На рисунках 4.12 — 4.14 представлены результаты работы программы анализа решающих статистик при обработке файла с записью радиосигнала с широкополосной частотной модуляцией (WFM), принадлежащей к классу G_2 , с общим числом отсчетов 3538944, из которых для анализа формируются 35 выборок по 100000 отсчетов.

На рисунке 4.11 приведено рабочее окно программы при сравнении анализируемой выборки с классом G_1 (сигналы с амплитудной модуляцией).

На графиках в левой нижней части окна показаны зависимости значений решающих статистик от номера анализируемой выборки при сравнении ее с матрицами переходных вероятностей класса G_1 из файлов с именами 1_1 ÷ 1_10, символом ① обозначена линия, соответствующая анализируемой выборке из класса G_2 , а остальные линии соответствуют классу G_1 .

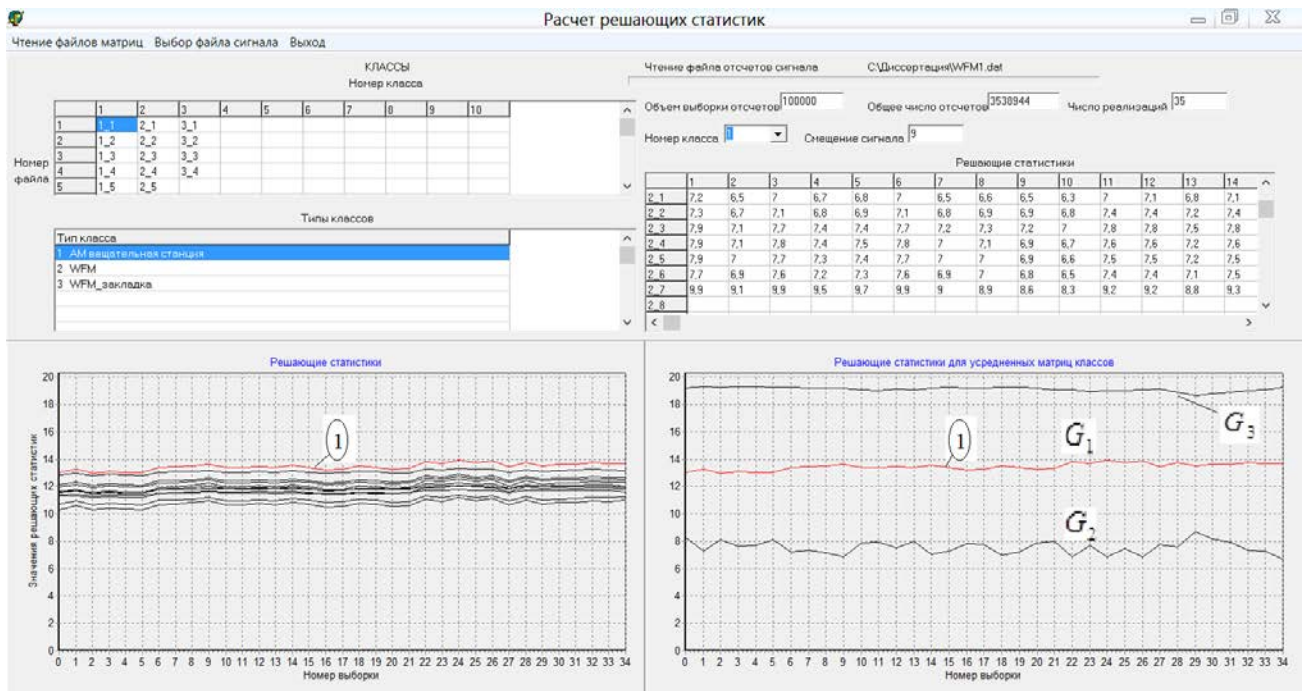
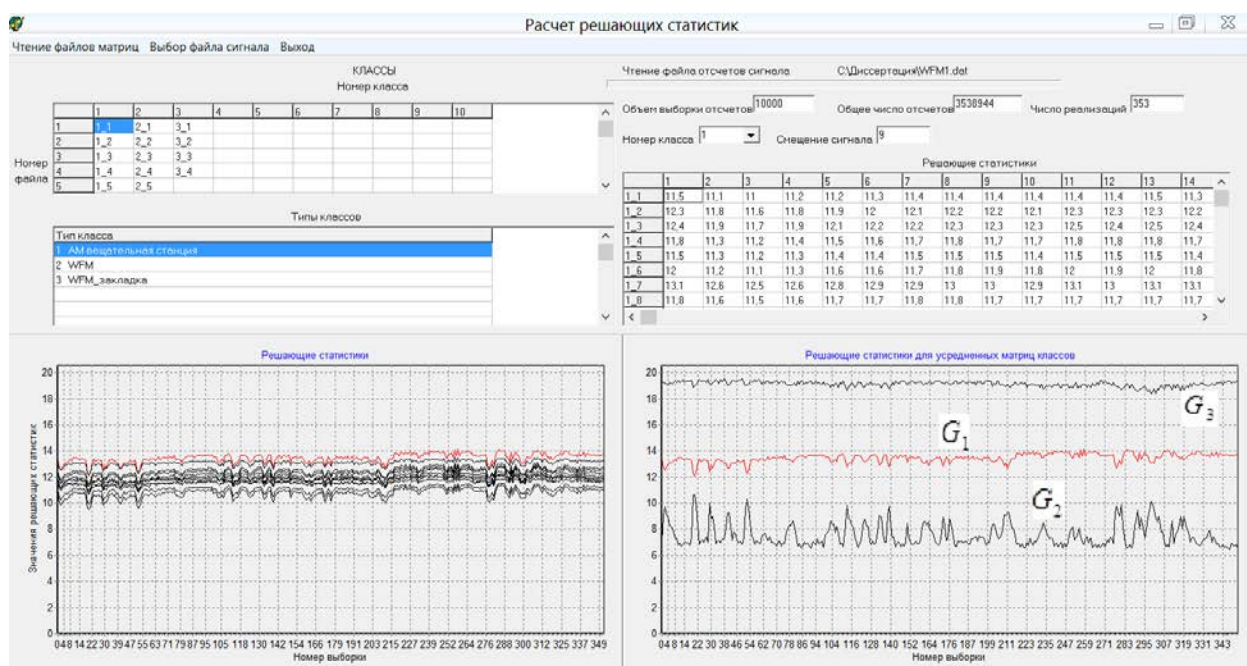
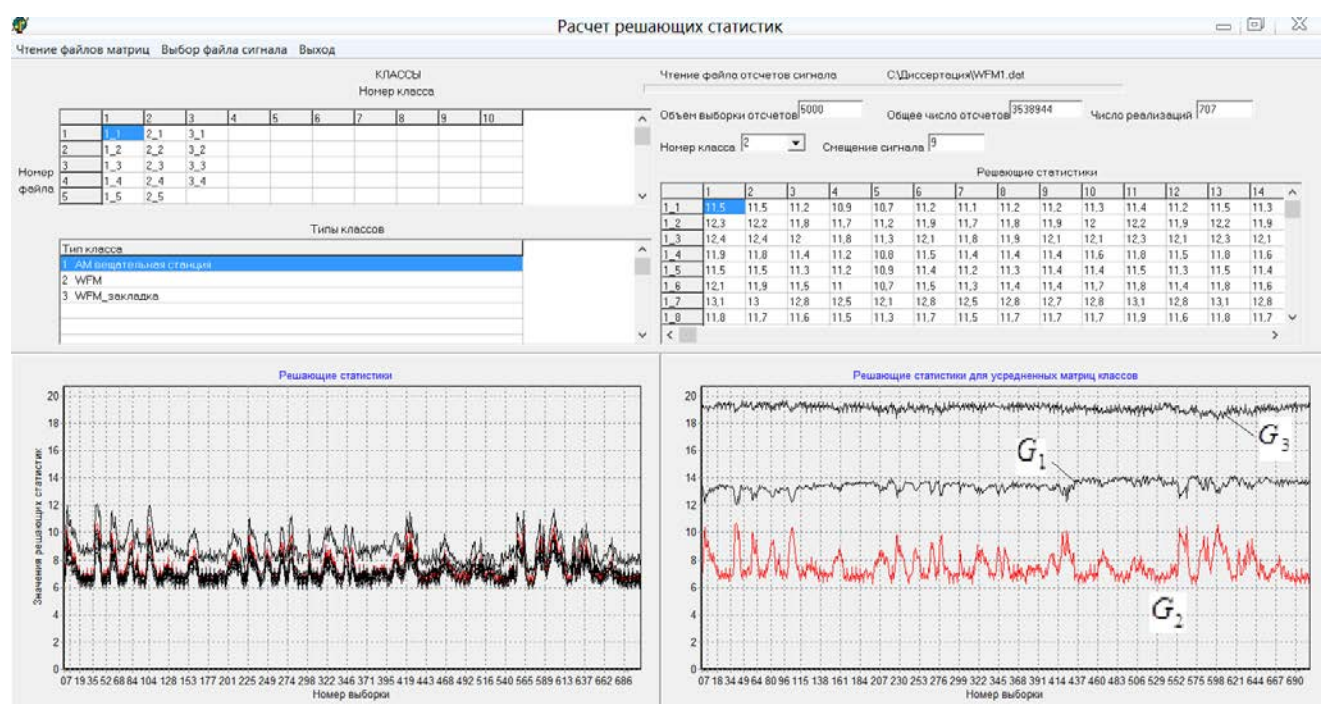


Рисунок 4.12. Результаты работы программы анализа решающих статистик

В правой нижней части окна показаны те же графики, соответствующие усредненным матрицам классов, верхняя линия соответствует классу G_3 , средняя — классу G_1 , а нижняя — классу G_2 , к которому принадлежит анализируемый сигнал.

Как видно, линии, относящиеся к классу G_1 , расположены «кучно», что свидетельствует о близости моделей из файлов с именами $1_1 \div 1_10$ (разности решающих статистик между ними сравнительно не велики). Из графиков в правой части окна следует, что минимум решающих статистик соответствует классу G_2 , к которому принадлежит анализируемая выборка, и наблюдается хорошая различимость классов.

На рисунке 4.12 показаны аналогичные результаты, но при меньшем объеме анализируемой выборки по $N = 10^4$ отсчетов, а на рисунке 4.14 — при $N = 5 \cdot 10^3$. Как видно, при уменьшении объема анализируемой выборки различимость классов ухудшается, особенно между классами G_1 и G_2 для некоторых «неудачных» выборок, а вероятность таких выборок повышается. С учетом (4.11) и алгоритма принятия решения (3.23) даже при значительном сближении L_k будет обеспечена высокая достоверность классификации, однако могут возникать ошибки, обусловленные случайным появлением «неудачных» выборок.

Рисунок 4.13. Результаты работы программы анализа при $N = 10^4$ Рисунок 4.14. Результаты работы программы анализа при $N = 5 \cdot 10^3$

Таким образом, для радиосигналов целесообразно использовать объем выборки $N \gg 10^4$, что легко обеспечивается для высокочастотных радиосигналов и в этом случае можно отказаться от вальдовской процедуры принятия решения и уменьшить необходимый объем вычислений.

На рис. 4.15 представлены результаты обработки при сравнении выборок на

рисунке 4.12 с классом G_2 .

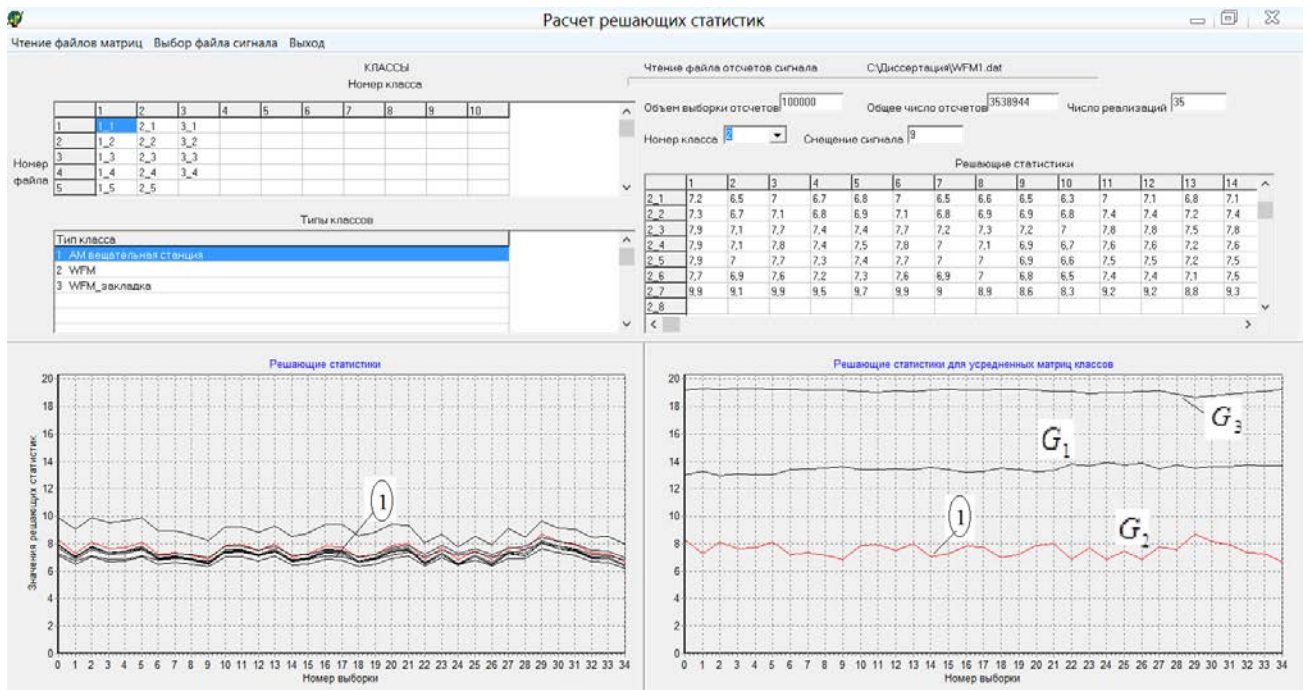


Рисунок 4.15. Результаты работы программы анализа решающих статистик

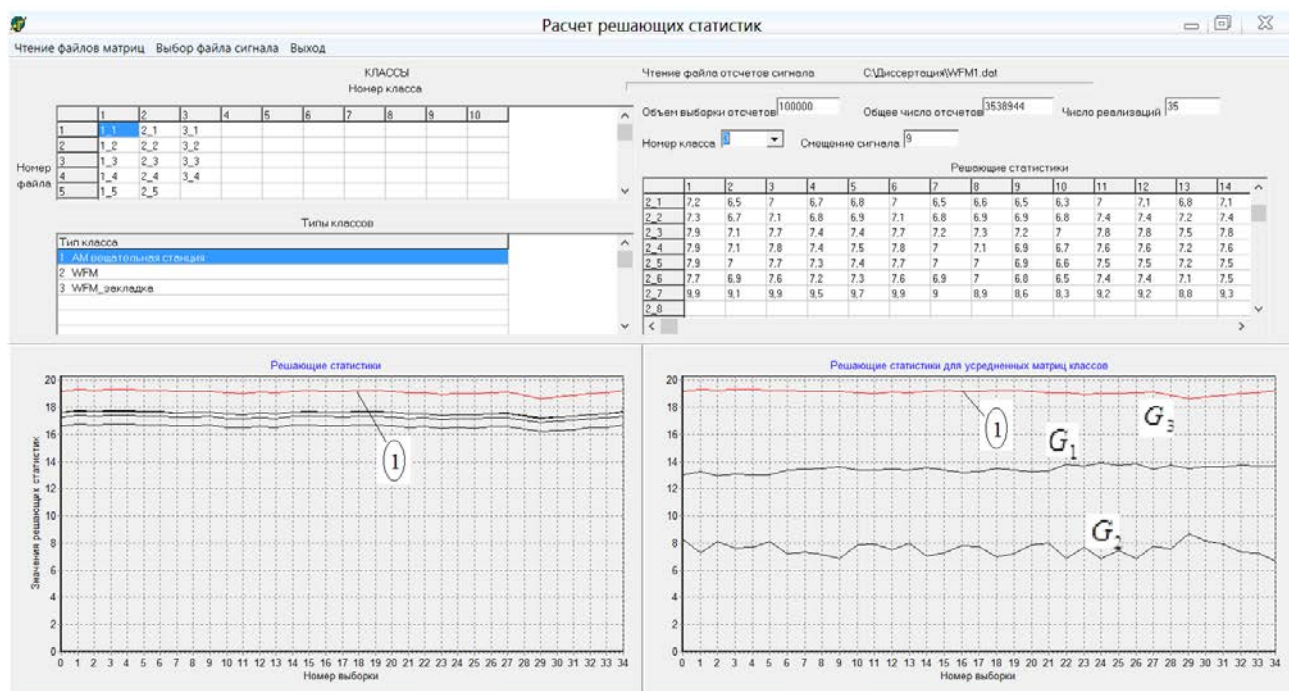
Как видно, выборки распознаются уверенно (правые графики). При сравнении их с моделями классов выделяется одна модель (файл 2_7), которую целесообразно удалить из базы данных моделей класса G_2 .

На рисунке 4.16 показаны результаты обработки при сравнении анализируемых выборок с классом G_3 с тремя файлами моделей.

Необходимо отметить, что расстояние между классами $\Delta H_{k,k0}$ в координатах H_k приводят к разностям решающих статистик, равным

$$\Delta L_{k,k0} = (N - 1)\Delta H_{k,k0}, \quad (4.13)$$

то есть даже при малых $\Delta H_{k,k0}$ на рисунке 4.14 величина $\Delta L_{k,k0}$ будет высокой даже при небольших $N \gg 1$.



Рисунке 4.16. Результаты работы программы анализа решающих статистик

Таким образом, программа анализа решающих статистик позволяет сравнивать между собой модели различных классов, проверять их различимость, определять взаимные отличия моделей внутри класса с возможностью выявления существенных отклонений для последующего выявления причин несоответствия. По графикам в нижней части рабочего окна можно оценивать минимально необходимый объем анализируемой выборки.

4.4. Программа классификации информационных сигналов

Программа [79, 111] позволяет определять принадлежность сигнала с выхода DOWN-конвертера в виде двух последовательностей отсчетов по N шестнадцатиразрядных целых чисел к одному из выбранных классов:

- сигнал с АМ;
- узкополосная ЧМ радиостанция;

– сигнал с GMSK.

Анализируемые сигналы записаны в файлы, имена и технические характеристики сигналов указаны в базе данных программы (файл с именем «имя.dat» в папке «signals»). Обобщенная структурная схема и начальное рабочее окно программы показаны на рисунках 4.17 и 4.18.

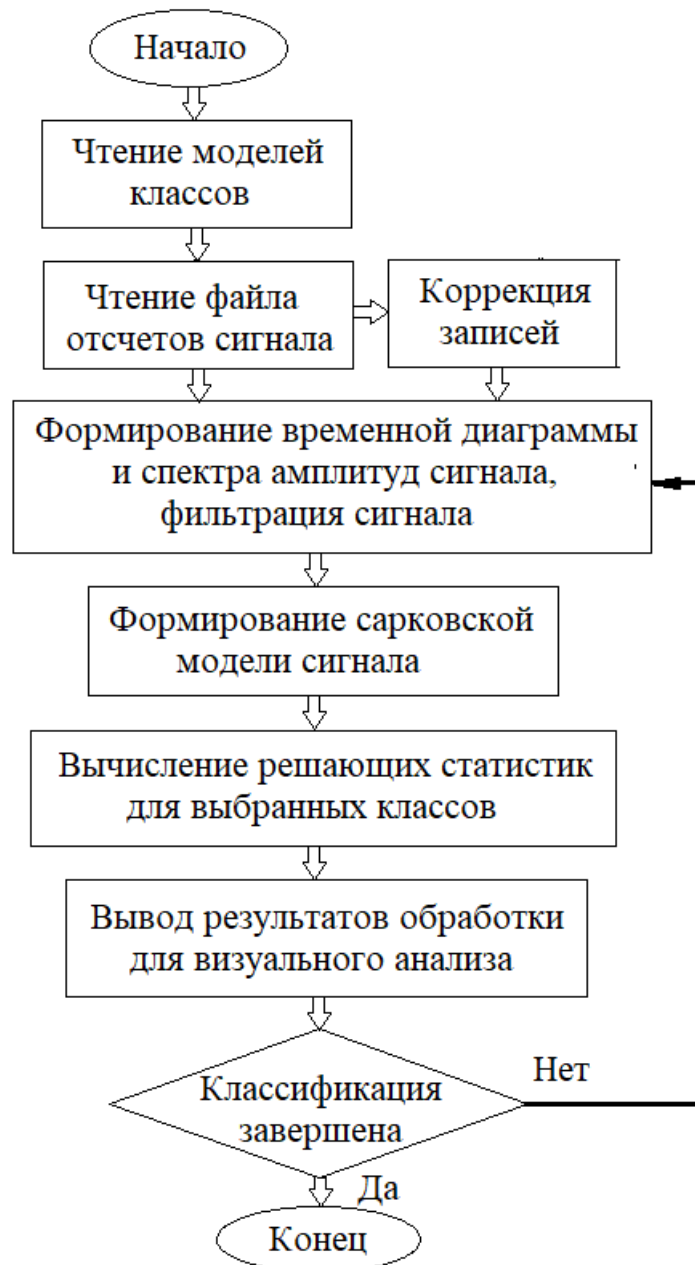


Рисунок 4.17. Структурная схема программы классификации

Идент.	Частота Гц	Полоса Гц	Уровень дБ	Тип сигнала	Парам. 1	Парам. 2	Парам. 3	Парам. 4	Парам. 5	Коммент.	Время набл. с	Имя файла
1	0	0	0	Дорожное радиосигнал							0	Дорожное радиосигнал
2	0	0	0	ЧМ аналог							0	ЧМ аналог
3	0	0	0	ЧМ цифр							0	ЧМ цифр
4	0	0	0	УЧМ1							0	УЧМ1
5	0	0	0	AM3							0	AM3
6	0	0	0	AM4							0	AM4
7	0	0	0	GMSK							0	GMSK
8	0	0	0	AM 15 665							0	AM 15 665
9	0	0	0	AM генератор							0	AM генератор
10	0	0	0	Маяк105.7							0	Маяк105.7
11	0	0	0	ЧМ генератор							0	ЧМ генератор
12	0	0	0								0	
13	0	0	0								0	
14	0	0	0								0	
15	0	0	0								0	
16	0	0	0								0	
17	0	0	0								0	
18	0	0	0								0	
19	0	0	0								0	
20	0	0	0								0	
21	0	0	0								0	
22	0	0	0								0	
23	0	0	0								0	
24	0	0	0								0	
25	0	0	0								0	
26	0	0	0								0	
27	0	0	0								0	
28	0	0	0								0	
29	0	0	0								0	
30	0	0	0								0	
31	0	0	0								0	
32	0	0	0								0	
33	0	0	0								0	

Рисунок 4.18. Начальное рабочее окно программы классификации

База данных записей сигналов корректируется кнопкой «Коррекция записи», нажатием которой вызывается окно, показанной на рисунке 4.19. В поле «Индекс» указывается идентификатор (номер) записи и при необходимости заполняются расположенные сверху поля (на рисунке 4.19 заполнены только поля «Имя файла»).

Индекс	Частота Гц	Полоса Гц	Уровень дБ	Модуляция	Параметр 1	Параметр 2	Параметр 3	Параметр 4	Параметр 5	Комментарий	Время с	Имя файла
1	0	0	0	Дорожное радиосигнал							0	Дорожное радиосигнал
2	0	0	0	ЧМ аналог							0	ЧМ аналог
3	0	0	0	ЧМ цифр							0	ЧМ цифр
4	0	0	0	УЧМ1							0	УЧМ1
5	0	0	0	AM3							0	AM3
6	0	0	0	AM4							0	AM4
7	0	0	0	GMSK							0	GMSK
8	0	0	0	AM 15 665							0	AM 15 665
9	0	0	0	AM генератор							0	AM генератор
10	0	0	0	Маяк105.7							0	Маяк105.7
11	0	0	0	ЧМ генератор							0	ЧМ генератор
12	0	0	0								0	
13	0	0	0								0	

Рисунок 4.19. База данных записей сигналов

Файл данных выбирается или из базы данных нажатием кнопки «Чтение файла» или из таблицы в рабочем окне щелчком левой кнопки мыши.

Кнопкой «Обработка сигнала» запускается процедура считывания реализации выбранного сигнала (файла «ЧМ аналог»), экран монитора выводит временные

диаграммы сигналов в квадратурных каналах и результаты вычисления спектра амплитуд, на графике которого показана амплитудно-частотная характеристика обрабатывающего фильтра. Проводится оценка ширины спектра сигнала. Соответствующее рабочее окно при чтении файла сигнала с узкополосной ЧМ показано на рисунке 4.20.

Имеется возможность изменять частотную характеристику фильтра, задавая верхнюю и нижнюю граничные частоты полосы пропускания.

Нажатием кнопки «Классификация сигнала» формируется простая марковская модель сигналов в каждом из квадратурных каналов, образуются их матрицы переходных вероятностей. Матрицы размерностью 64×64 сравниваются с записанными ранее в памяти компьютера эталонными матрицами для каждого из классов, вычисляются решающие статистики и выбирается тот класс, у которого статистика минимальна.

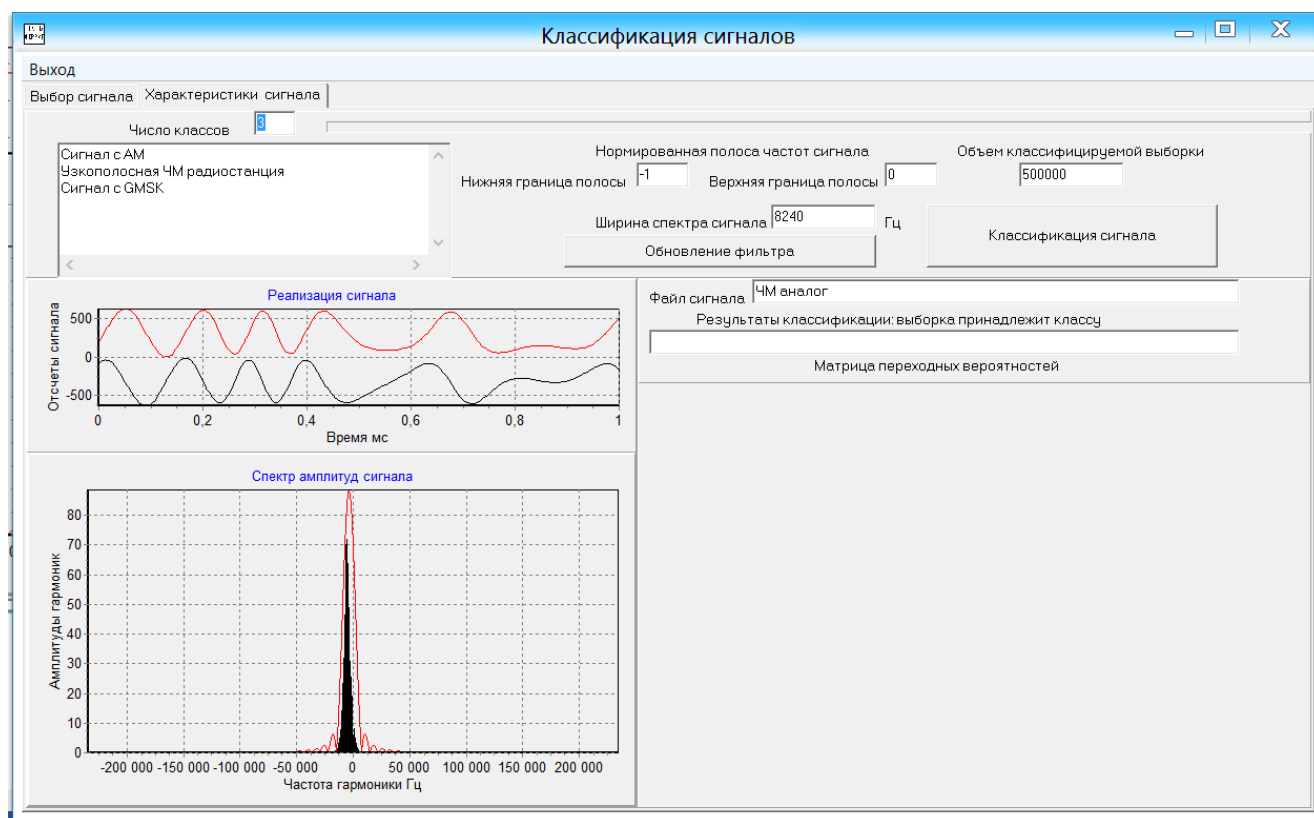


Рисунок 4.20. Рабочее окно при чтении файла сигнала

При формировании решения для классов узкополосных ЧМ сигналов и GMSK учитывается имеющаяся информация о ширине спектра анализируемого сигнала. Рабочее окно в режиме классификации показано на рисунке 4.21.

На экран монитора выдаются значения всех решающих статистик и статистики для выбранного класса. Кроме того, выводится графическое отображение матрицы переходных вероятностей в виде поверхности в трехмерном пространстве. Этот график как «образ сигнала» можно использовать для визуального контроля принимаемых решений.

Программа приняла решение о принадлежности сигнала к классу «Узкополосная ЧМ радиостанция» со значением решающей статистики 6,11, что больше 5,529 для класса «Сигнал с GMSK», но, как уже отмечалось, окончательное решение формируется с дополнительным учетом ширины спектра.

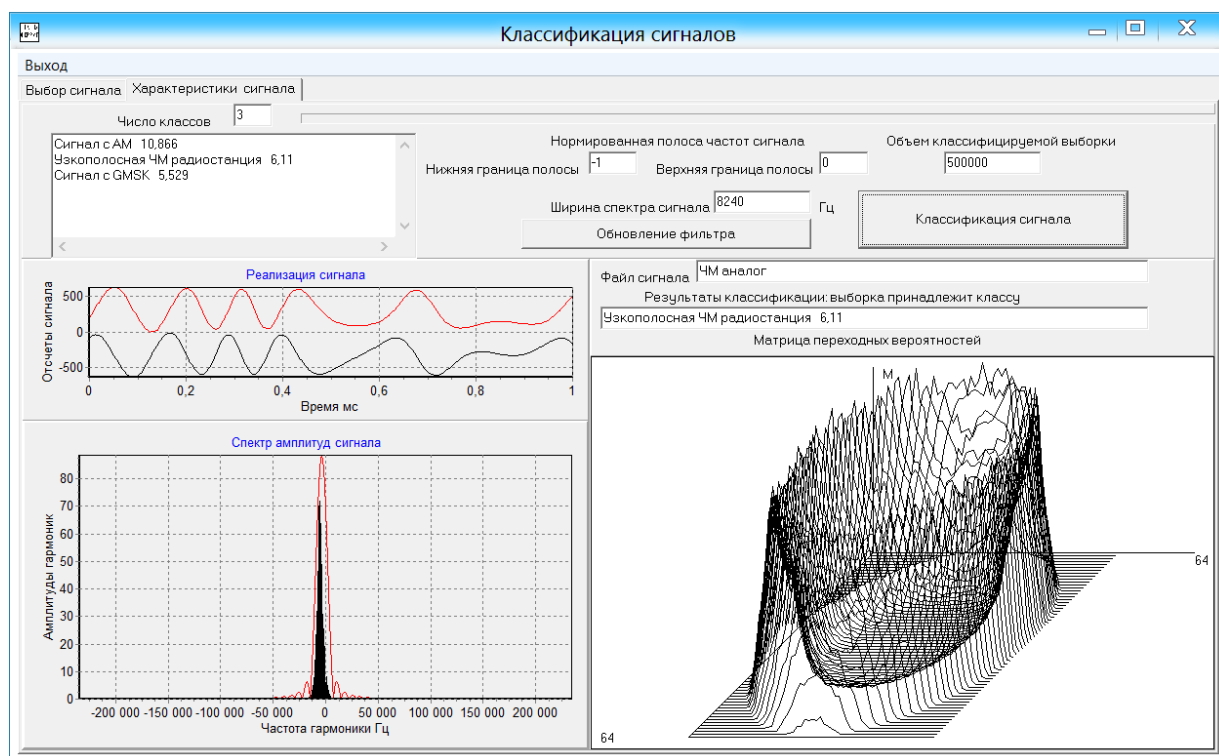


Рисунок 4.21. Рабочее окно в режиме классификации

На рисунке 4.22 показаны результаты обработки сигнала с цифровой частотной манипуляцией.

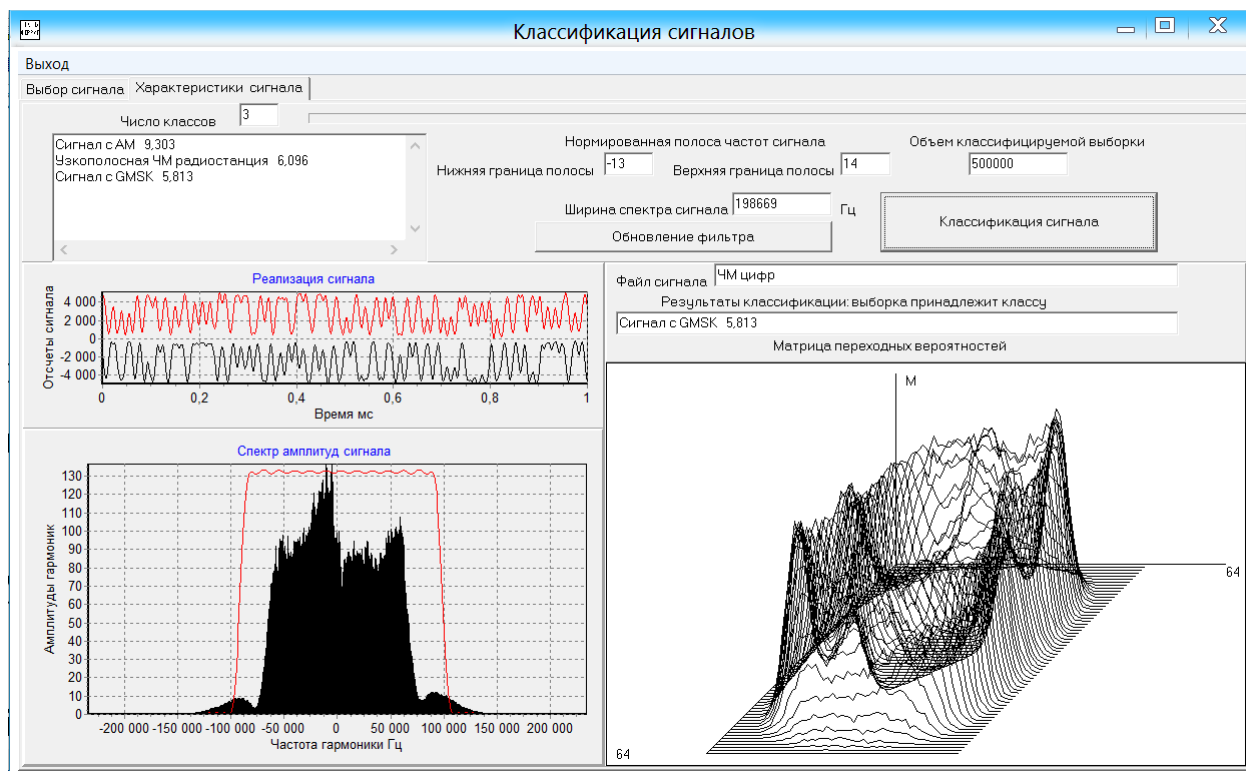


Рисунок 4.22. Результаты обработки сигнала с GMSK

В этом случае принимается решение о принадлежности сигнала к классу «Сигнал с GMSK» с минимальным значением решающей статистики 5,813. Трехмерная диаграмма матрицы переходных вероятностей в правом нижнем углу рабочего окна подтверждает принятое решение.

На рисунке 4.23 показаны результаты обработки сигнала коротковолновой радиостанции с АМ при полосе пропускания приемника, значительно большей ширины спектра сигнала, то есть при высоком уровне помех. Как видно, и в этом случае может быть принято верное решение.

Ошибочные решения могут возникать при наличии помех и недостаточной «обученности» алгоритма классификации. Соответствующий пример показан на рисунке 4.24, в котором проводится классификация сигнала с аналоговой ЧМ (радиостанции «Маяк») при слишком большой полосе пропускания приемника. Как видно, принято ошибочное решение о принадлежности сигнала к классу «Сигнал с АМ». Для устранения этой ошибки необходимо ввести новый класс «Сигнал с аналоговой ЧМ» и провести обучение алгоритма классификации.

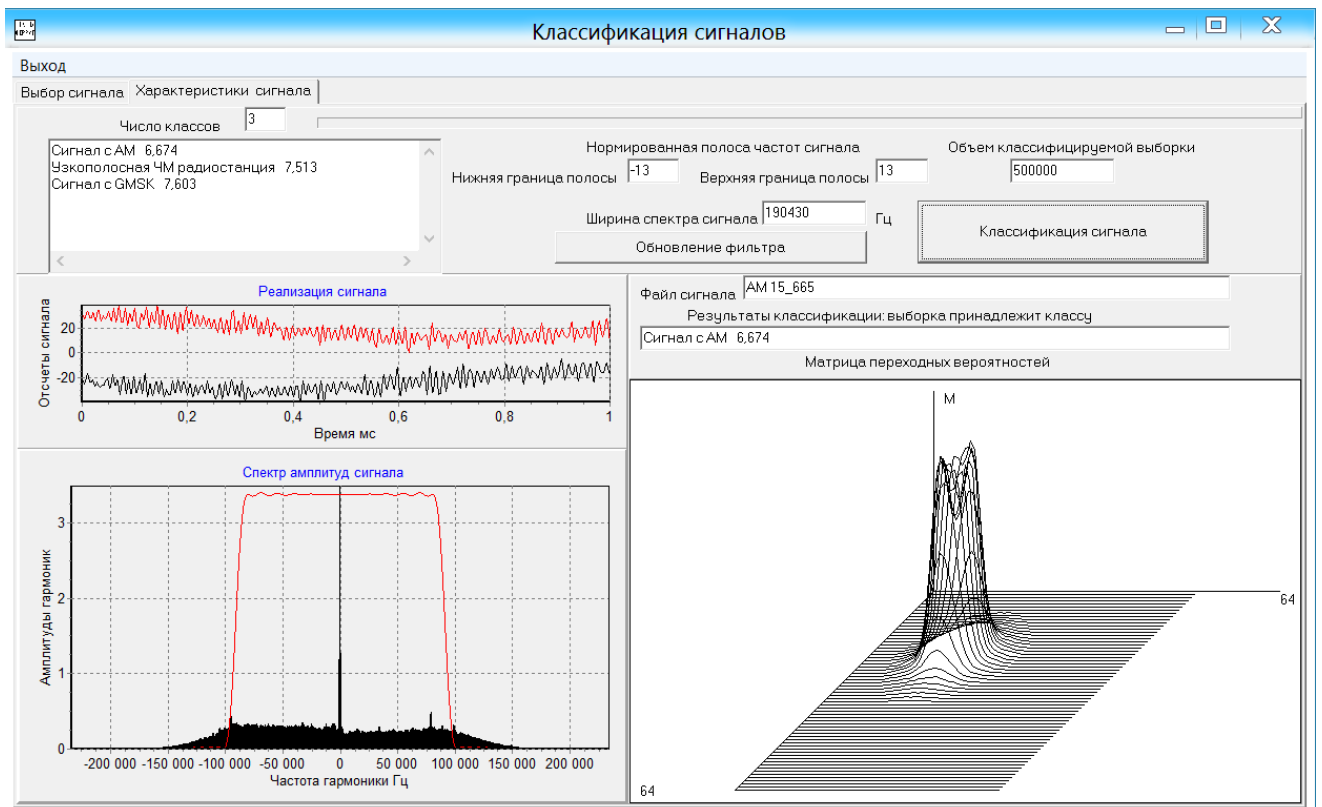


Рисунок 4.23. Результаты обработки сигнала с AM

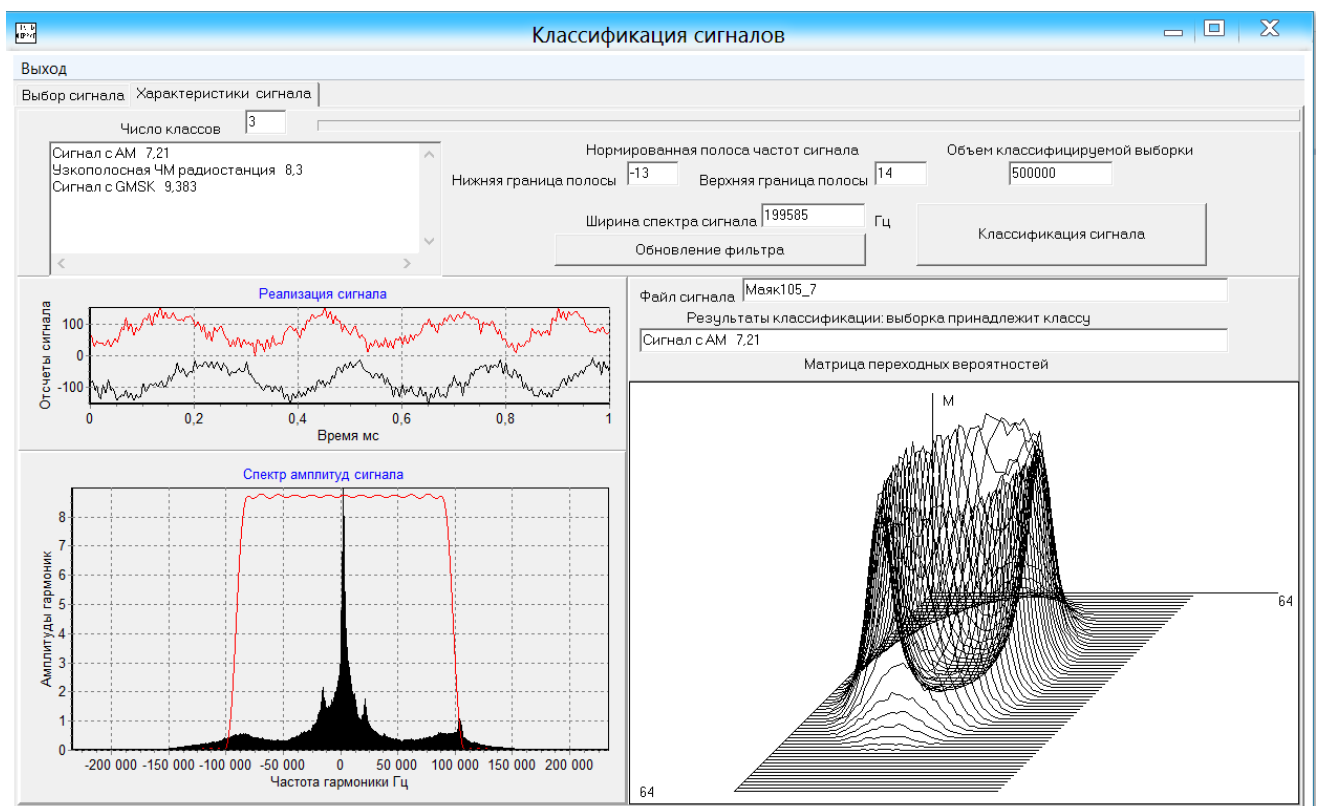


Рисунок 4.24. Классификация сигнала с аналоговой ЧМ

4.5. Программа анализа ритмограмм

Классификация ритмограмм наталкивается на технические сложности, связанные с их медленным накоплением (1-2 отсчета в секунду), часовыми и суточными изменениями и сложностью медицинской классификации для формирования обучающих выборок. Пример медицинского диагностического описания суточной кардиограммы, полученный в системе «Кардиотехника 4000» и предназначенный для лечащего врача, показан на рисунке 4.25. На основе кардиограммы система позволяет сформировать ритмограмму и записать ее в виде файла данных.

исследование проводилось на системе Кардиотехника-4000 (фирма ИНКАРТ, С-Петербург).

мониторное наблюдение ЭКГ N 1341 проводилось с 9:16 5/02/99 года. Длительность наблюдения – 23 час. 24 мин., из которых непригодны для анализа – 48 мин.

Цель наблюдения: .

Регистрировались отведения: V5 , Y .

ФИО:

Адрес:

Дата рождения: 10/01/49. Возраст: 50 лет.

- I. ЧСС: средняя днем (продолжит. 10 час. 49 мин.)
 - 97 уд/мин., мин. 86(16:28), макс.119(16:43);
 средняя во время ночного сна (продолжит. 9 час. 47 мин.)
 - 84 уд/мин., мин. 76(05:35), макс.110(22:15);

II. За время обследования наблюдались следующие типы ритмов:

1. Синусовый ритм.

на фоне данного ритма с ЧСС от 76 до 119 (средняя– 91) ударов в минуту, продолжавшегося в течение всего времени наблюдения, зарегистрированы следующие типы аритмий:

&Ecg(425 48 1 1 2 1)

1. Одиночная наджелудочковая экстрасистолия.

ВСЕГО: 17. (от 0 до 4, в среднем 1 в час). Днем: 10. (1 в час). Ночью: 7. (1 в час).

&Ecg(1199 66 1 1 1 1)

2. Одиночная aberrантная предсердная экстрасистолия.

ВСЕГО: 3. Время: 05:21;06:14;08:17;

III. Изменения ST-T:

В отведении V5 средн. ST 76+-30.8, макс. 156, мин. 0 мкВ.

В отведении Y средн. ST 88+-25.2, макс. 148, мин. 7 мкВ.

Наблюдалась тахикардия в течение суток ,ночью-выраженная.

Редкие предсердные и предсердные aberrантные ЭС.

Ишемических изменений ST-T не обнаружено.

Рисунок 4.25. Результат идентификации суточной кардиограммы

Разработана программа «Формирование марковской модели ритмограммы», ее структурная схема показана на рис. 4.26, а рабочее окно - на рисунке 4.27. Она предназначена для предварительного анализа возможностей использования ритмограмм для классификации состояний сердечно-сосудистой системы пациента и позволяет обработать файл ритмограммы, выделить в нем отдельные фрагменты, анализировать временные диаграммы ритмограмм и дифференциальные ритмограммы, выделять в них случайные (неинформативные) выбросы, формировать матрицы чисел переходов и переходных вероятностей, оценивать и сравнивать решающие статистики.

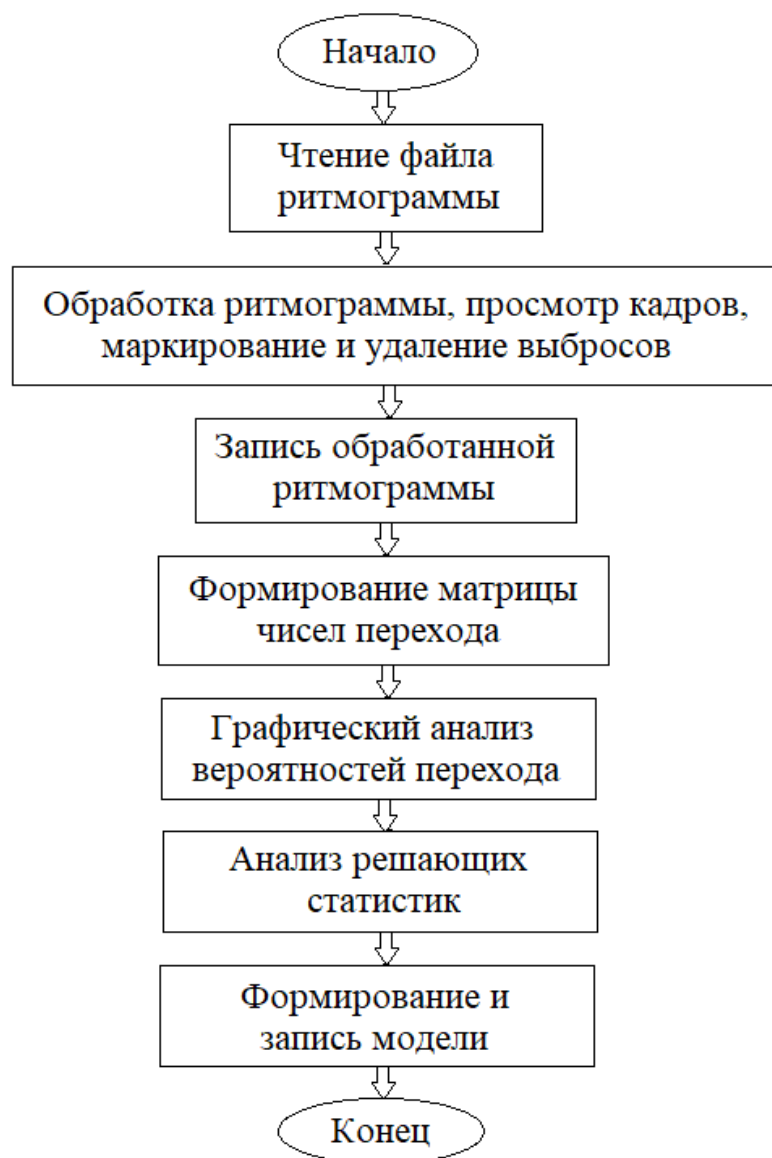


Рисунок 4.26. Структурная схема программы
«Формирование марковской модели ритмограммы»

Программа позволяет выделить (маркировать) нестационарные участки ритмограммы с выбросами (всплесками) значений (рисунок 4.28) для исключения их из процедуры формирования модели.

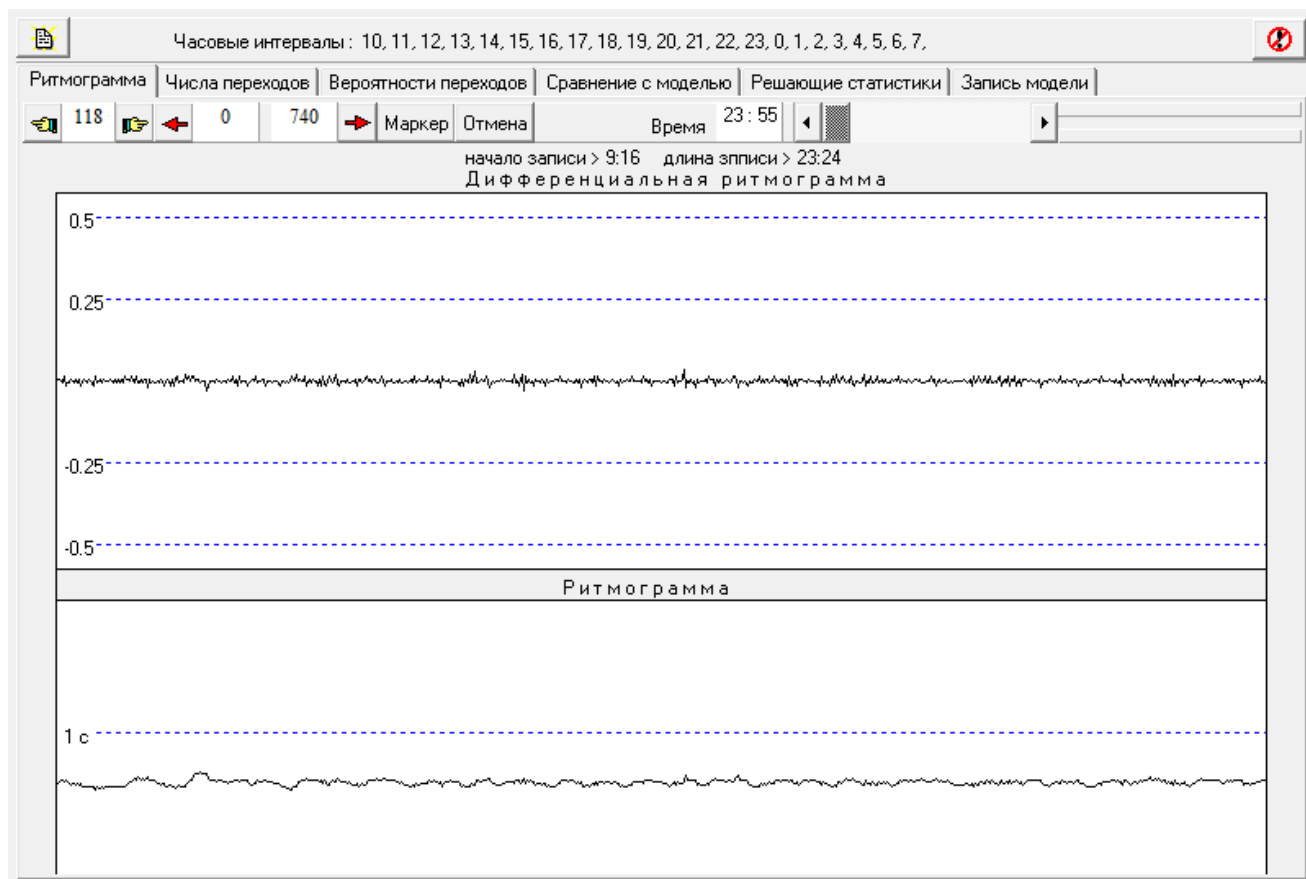


Рисунок 4.27. Рабочее окно программы
«Формирование марковской модели ритмограммы»

По оси ординат отложен период сердечных сокращений (в секундах) для ритмограммы (нижний график) и разность соседних периодов для дифференциальной ритмограммы (верхний график).

Как видно, при отсутствии ишемических изменений кардиограммы наблюдаются нестационарные фрагменты ритмограммы. У другого пациента с тем же диагностическим решением характер ритмограммы меняется (рисунок 4.29), наблюдается увеличение вариабельности ритма.

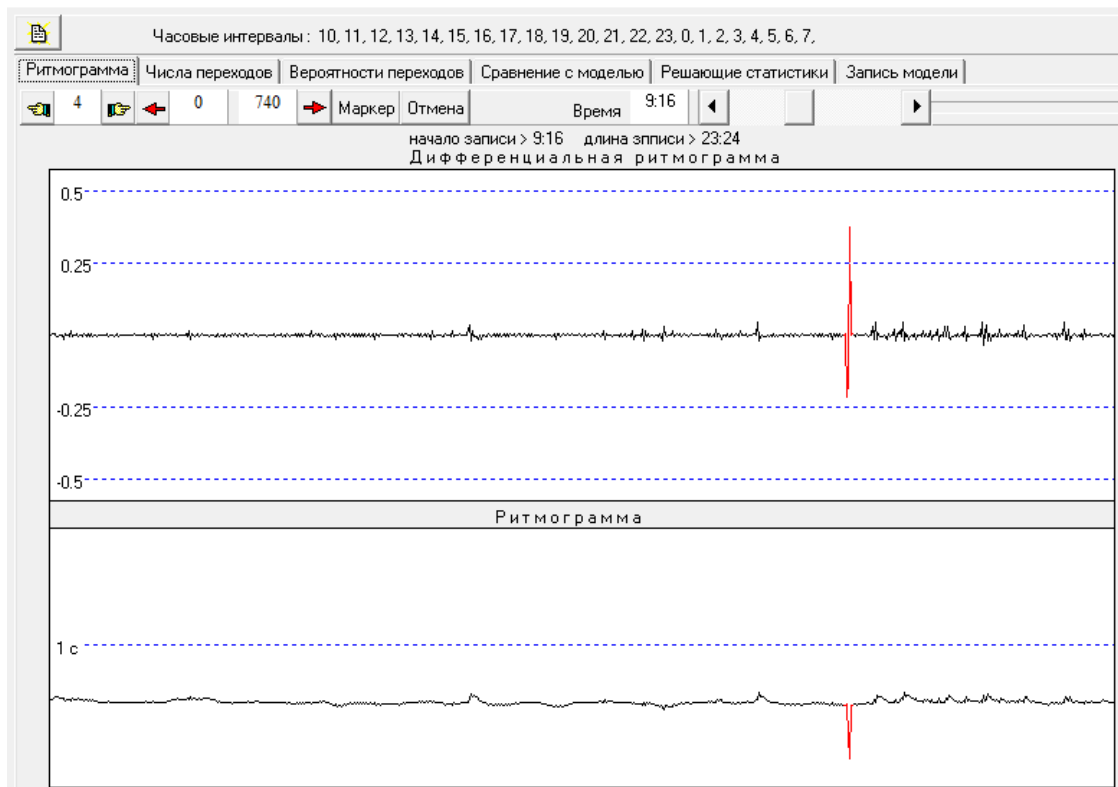


Рисунок 4.28. Рабочее окно программы «Формирование марковской модели ритмограммы» с выбросами (всплесками) значений

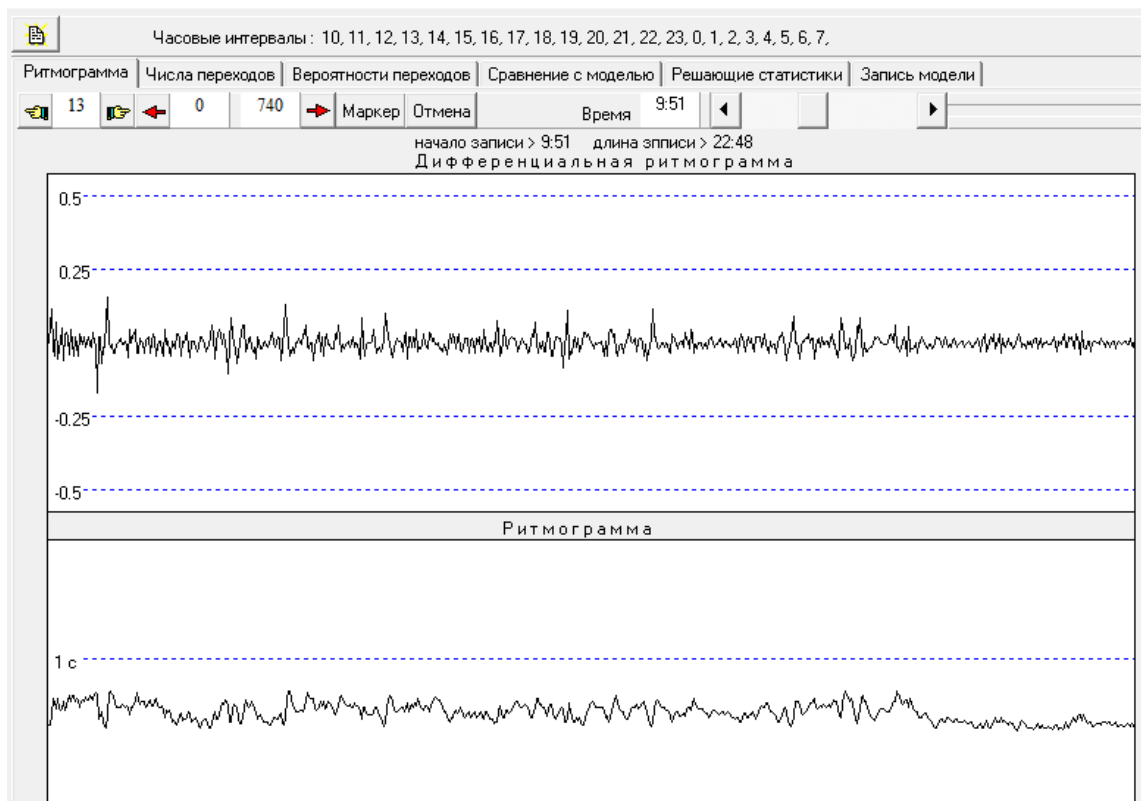


Рисунок 4.29. Рабочее окно программы «Формирование марковской модели ритмограммы» с увеличением variability ритма

При диагностировании «III ФК стенокардии» наблюдается ритмограмма, пример которой представлен на рисунке 4.30. Как видно, появились существенные изменения, позволяющие отнести реализацию к другому классу по сравнению с показанными на рисунках 4.27 — 4.29.

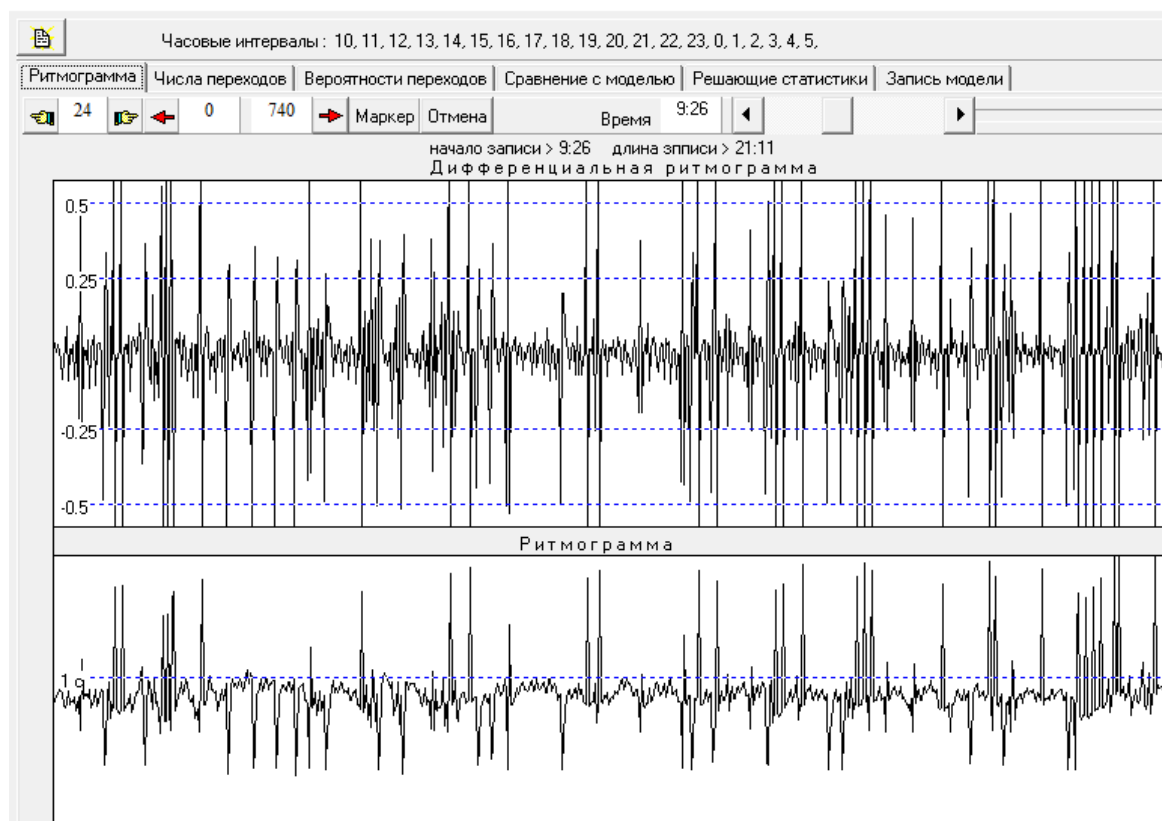


Рисунок 4.30. Ритмограмма при «III ФК стенокардии»

Матрицы чисел перехода дифференциальной ритмограммы при $M = 64$ выводятся на экран в виде таблицы, позволяют оценивать переходные вероятности и решающие статистики. На рисунке 4.31 показана матрица чисел перехода для дифференциальных ритмограмм, представленных на рисунке 4.27.

На рисунке 4.32 представлен результат оценки матрицы чисел перехода для ритмограммы, показанной на рисунке 4.30. В этом случае наблюдается значительная «размытость» матрицы, которая может принимать мультимодальный характер, как, например, для радиосигнала с GMSK.

Ритмограммы обладают различными корреляционными свойствами, которые сильно меняются в течение суток, примеры для ритмограммы, представленной на

рисунке 4.27, показаны на рисунках 4.33, а и 4.33, б, а для дифференциальной ритмограммы — на рисунке 4.33, в.

[illegible]

Рисунок 4.31. Матрица чисел перехода

Часовые интервалы: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Ритм-график

Число периодов

Вероятности периода

Сравнение с моделью

Решения статистики

Запись модели

11	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

Часовой интервал

<

Рисунок 4.32. Матрица чисел перехода

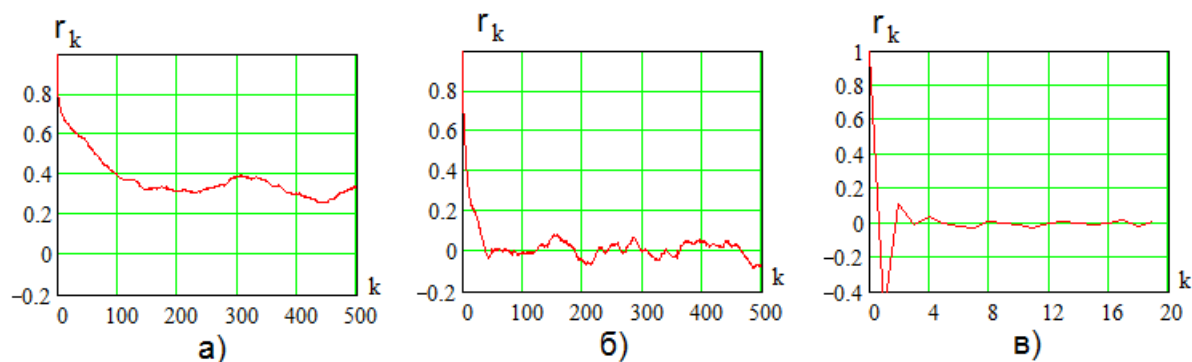


Рисунок 4.33. Корреляционные функции ритмограмм

Как видно, отсчеты дифференциальной ритмограммы коррелированы значительно слабее, чем у ритмограммы, что обусловлено разностной операцией ее формирования. С этой точки зрения для построения марковской модели целесообразнее использовать дифференциальную ритмограмму.

Проведенные исследования ритмограмм позволяют сделать следующие выводы.

1. Для формирования марковской модели целесообразно использовать дифференциальную ритмограмму, которая «отсекает» постоянную составляющую периода сердечных сокращений.

2. Наблюдается зависимость статистических характеристик дифференциальной ритмограммы от состояния сердечно-сосудистой системы пациента.

3. Имеют место суточные изменения статистических свойств ритмограммы, стационарными можно считать часовые реализации, то есть для суточной записи необходимо формировать 24 часовые модели.

4. Необходимо проводить сравнительный анализ полученных моделей внутри класса из-за возможного их разделения на подклассы.

5. Объем статистического материала в записи от одного пациента слишком мал (40-120 отсчетов), следовательно для формирования модели каждого класса необходимо обрабатывать кардиограммы нескольких десятков или сотен пациентов с подробно классифицированными состояниями, что оказывается весьма трудоемкой задачей.

6. В медицинской диагностике сложно выделить «чистые» состояния, так как

на практике у пациента возникают дополнительные состояния, усложняющие задачу классификации.

4.6. Выводы по четвертой главе

1. Предложенная архитектура системы классификации потоков данных, отличающаяся интеграцией модуля генерации потоков данных с заданными вероятностными свойствами в подсистему обработки потоков данных и обеспечивающая классификацию сигналов по поступающей выборке отсчетов с заданной достоверностью, позволяет выполнять «обучение с учителем» для формирования моделей классов.

2. Рассмотрены методы «обучения» алгоритма классификации на основе марковских моделей случайных процессов. Предложено использовать процедуру «обучения с учителем» на основе марковской модели по реализации процесса с известной принадлежностью к соответствующему классу.

3. Разработан метод формирования марковских моделей классов по принимаемой реализации случайного процесса путем определения матрицы чисел перехода от предыдущего значения к последующему.

4. Проведена оценка эффективности процедуры обучения алгоритма классификации, рассмотрена вероятность ошибочных решений, даны рекомендации по выбору объема обучающей выборки.

5. Разработана программа формирования матриц чисел перехода случайного процесса по записанным реализациям радиосигнала, позволяющая исследовать решающие статистики, их свойства внутри выбранного класса и между классами и оценивать возможности марковской модели для решения задач классификации. Показано, что простая марковская модель позволяет эффективно различать радиосигналы по видам модуляции.

6. Разработана программа классификации информационных сигналов (на

примере радиосигналов), позволяющая анализировать сигнал, его спектр амплитуд и принимать решения о принадлежности реализации сигнала одному из заданных классов. Показано, что в рамках марковской модели обеспечивается уверенное различений радиосигналов. Обоснована необходимость использования дополнительной оценки ширины спектра различных сигналов с частотной модуляцией.

7. Рассмотрены возможности решения задачи классификации состояний сердечнососудистой системы пациента по наблюдаемым ритмограммам. Показано, что необходимо использовать часовые модели ритмограмм, формируемые по суточной ритмограмме, при этом требуется обработать данные по большому числу пациентов с установленной принадлежностью к соответствующему классу состояний.

8. Установлено, что для формирования марковских моделей ритмограмм целесообразно использовать дифференциальные ритмограммы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании теоретических исследований и статистического имитационного моделирования можно сделать следующие выводы.

1. Для классификации случайных сигналов предложено использовать их простую или двухсвязную марковскую модель.

2. Предложены методы формирования марковских моделей случайных процессов на основе теоретических расчетов и по результатам экспериментов.

3. Рассмотрены общие свойства марковских моделей информационных сигналов. Приведены примеры их формирования в медицине для дифференциальных ритмограмм и в радиотехнике для сигналов с различными видами модуляции. Рассмотрены особенности марковских моделей в указанных областях.

4. Рассмотрены пути формирования марковских моделей классов сигналов, предложении метрика оценки «расстояния» между классами с помощью решающих статистик. Предложен метод формирования модели класса с указанием его «центра» и «границ».

5. Разработаны двухмерные и трехмерные марковские модели потоков данных, отличающиеся максимизацией апостериорных вероятностей принимаемых решений и обеспечивающие динамическую идентификацию потоков данных. На примерах нормального случайного процесса показана возможность учета при моделировании «тонкой структуры» статистических связей. Рассмотрена возможность построения имитатора по экспериментальной реализации сигнала.

6. Разработан алгоритм классификации потоков данных для системы машинного обучения, основанный на формировании решающих статистик, получаемых с помощью марковских моделей потоков данных, обеспечивающий максимум отношения правдоподобия. Определен порог сравнения решающих статистик для обеспечения заданной достоверности результата классификации.

7. Предложен алгоритм формирования эталонных потоков данных с заданными вероятностными свойствами, отличающийся возможностью получения потока данных с произвольным двумерным распределением вероятностей, определяемым соответствующей марковской моделью, и позволяющий формировать обучающие выборки для систем машинного обучения. Получено выражение для порога сравнения решающих статистик при заданной достоверности результата классификации.

8. Рассмотрены информационные характеристики классифицируемых случайных сигналов. Показано, что различимость классов определяется энтропиями и информационными дивергенциями классифицируемых случайных сигналов.

9. Рассмотрены возможности обучения алгоритма классификации на основе классифицированных выборок отсчетов информационного сигнала. Показано, что достоверность классификации определяется объемом обучающих выборок и «близостью» анализируемых классов, рассмотрен пример оценки вероятности ошибки.

10. Разработана архитектура системы классификации потоков данных, отличающаяся интеграцией модуля генерации потоков данных с заданными вероятностными свойствами в подсистему обработки потоков данных и обеспечивающая классификацию сигналов по поступающей выборке отсчетов с заданной достоверностью

9. Разработано программное обеспечение алгоритмов классификации случайных процессов на основе марковских моделей. Программа формирования матриц чисел перехода позволяет формировать марковские модели реализации радиосигнала и проводить анализ его частотных и статистических свойств, полученные матрицы записываются в файл модели. Программа анализа решающих статистик дает возможность сравнивать решающие статистики обрабатываемой реализации сигнала для различных классов с целью формирования центральной и граничных моделей каждого класса. Имеется возможность оценивать влияние объема выборки сигнала на достоверность классификации. Программа классификации информационных сигналов предназначена для определения принадлежности обрабатываемой

выборки отсчетов сигнала одному из заданных классов с оценкой соответствующих значений нормированных решающих статистик. Проверка работоспособности программного обеспечения проведена на примере классификации радиосигналов.

10. Проведен анализ возможностей использования предложенных алгоритмов для классификации состояний сердечнососудистой системы пациента по реализациям дифференциальной ритмограммы. Показана необходимость использования часовых записей в разное время суток и необходимость накопления обучающих реализаций от большого числа пациентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
2. Патрик Э. Основы теории распознавания образов / Э. Патрик. – М.: Советское радио, 1980. – 300 с.
3. Неймарк Ю.И. Распознавание образов и медицинская диагностика / Ю.И. Неймарк. – М.: Наука, 1972. – 291 с.
4. Фомин В.Н. Математическая теория обучаемых опознающих систем / В.Н. Фомин. – Л.: Ленинградский университет, 1976. – 234 с.
5. Ту Дж. Принципы распознавания образов / Дж. Ту, Р. Гонсалес. – М.: Мир, 1978. – 414 с.
6. Дуда Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт. – М.: Мир, 1976. – 509 с.
7. Горелик А.Л. Методы распознавания / А.Л. Горелик, В.А. Скрипкин. – М.: Высшая школа, 1984. – 208 с.
8. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т.1. Синтез образов / У. Гренандер. – М.: Мир, 1979. – 383 с.
9. Гренандер У. Лекции по теории образов. Т.2. Анализ образов / У. Гренандер. – М.: Мир, 1981. – 448 с.
10. Классификация и кластер / Ред. Дж. Вэн Райзин. – М.: Мир, 1980. – 391 с.
11. Калан Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Калан. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 287 с.
12. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2008. – 1104 с.
13. Андронов А.М. Теория вероятностей и математическая статистика / А.М. Андронов, Е.А. Копылов, Л.Я. Гринглаз. – СПб.: Питер, 2004. – 461 с.

14. Прохоров Ю.В. Теория вероятностей / Ю.В. Прохоров, Ю.А. Розанов. – М.: Наука, 1973. – 494 с.
15. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. - 3-е изд., испр. / А.В. Печинкин, [и др.]; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 456 с.
16. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
17. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М.: «Едиториал УРСС», 2005. – 448 с.
18. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 483 с.
19. Гладков Л.Л. Теория вероятностей и математическая статистика / Л.Л. Гладков, Г.А. Гладкова. – Минск: РИПО, 2013. – 238 с.
20. Бочаров П.П. Теория вероятностей. Математическая статистика / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с.
21. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 496 с.
22. Бартлетт М.С. Введение в теорию случайных процессов / М.С. Бартлетт. – М.: ИИЛ, 1958. – 384 с.
23. Гихман И.И. Введение в теорию случайных процессов / И.И. Гихман, А.В. Скороход. – М.: Наука, 1977. – 570 с.
24. Гихман И.И. Теория случайных процессов. Том 1. / И.И. Гихман, А.В. Скороход. – М.: Наука, 1971. – 664 с.
25. Гихман И.И. Теория случайных процессов. Том 2. / И.И. Гихман, А.В. Скороход. – М.: Наука, 1973. – 640 с.
26. Дынкин Е.Б. Марковские процессы / Е.Б. Дынкин. – М.: Физматгиз, 1963. – 860 с.
27. Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи / В.А. Казаков. – М.: Советское радио, 1973. – 232 с.
28. Fornasini E. 2D Markov chains. // Linear Algebra and its Applications. –

Vol. 140. – 1990. – pp. 101-127.

29. Levin D., Peres, Y. Markov Chains and Mixing Times. (2017). <http://www.ams.org/publications/authors/books/postpub/mbk-107>.

30. Николенко С.И. Самообучающиеся системы / С.И. Николенко, А.П. Тулупьев. – М.: МЦНМО, 2009. – 288с.

31. Смолин Д.В. Введение в искусственный интеллект: конспект лекций / Д.В. Смолин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 208 с.

32. Рассел С. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1408 с.

33. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей / А.И. Галушкин. – М.: ИПРЖР, 2000. – 416 с.

34. Бабунц И.В. Азбука анализа вариабельности сердечного ритма / И.В. Бабунц, Э.М. Мириджанян, Ю.А. Машаех. – Ставрополь : Принтмастер, 2002. – 112 с.

35. Яблучанский Н.И. Вариабельность сердечного ритма / Н.И. Яблучанский, А.В. Мартыненко. – Харьков, 2010. – 131 с.

36. Пасмурнов С.М. Алгоритмы прогнозирования состояний пациента / С.М. Пасмурнов [и др.]. – Воронеж: Издательство им. Е.А. Болховитинова, 2003. – 125 с.

37. Гнездилов Д.С. Алгоритм классификации радиосигналов с помощью марковской модели / Д.С. Гнездилов, В.П. Литвиненко, Б.В. Матвеев // Вестник Воронежского государственного технического университета, 2014. – Т. 10. – №2. – С. 40–42.

38. Ким Дж.-О. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ. / Дж.-О. Ким, Ч.У. Мюллер, У.Р. Клккка. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.

39. Калинина В.Н. Введение в многомерный статистический анализ: учебное пособие / В.Н. Калинина, В.И. Соловьев. – М.: ГУУ, 2003. – 68 с.

40. Мандел И.Д. Кластерный анализ / И.Д. Мандел. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.

41. Харман Г. Современный факторный анализ / Г. Харман. – М.: Статистика, 1972. – 484 с.

42. Иберла К. Факторный анализ / К. Иберла. – М.: Статистика, 1980. – 398 с.
43. Окунь Я. Факторный анализ / Я. Окунь. – М.: Статистика, 1974. – 200 с.
44. Дюран Б. Кластерный анализ / Б. Дюран, П. Оделл., под ред. А.Я. Боярского. – М.: Статистика, 1977. – 128 с.
45. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
46. Френкс Л. Теория сигналов / Л. Френкс. – М.: Советское Радио, 1974. – 344 с.
47. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – М.: ООО «Бинум-Пресс», 2006. – 656 с.
48. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. / Л.М. Финк. – М.: Советское радио, 1970. – 728с.
49. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
50. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб: Питер, 2002. – 608 с.
51. Оппенгейм А.В. Цифровая обработка сигналов / А.В. Оппенгейм, Р.В. Шафер. пер. с англ. под ред. С.Я Шаца. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
52. Применение цифровой обработки сигналов / Под ред. Э. Оппенгейма. – М.: Мир, 1980. – 552 с.
53. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
54. Цифровая обработка сигналов: методы и средства: учеб. пособие для ВУЗов. / Бондарев В.Н., Трестер Г., Чернега В.С. – Х.: Конус, 2001. – 398 с.
55. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. Ч. 2. / А.С. Глинченко. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2001. – 184 с.
56. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.

57. Волков А.Д. Применение сейсмодатчика МЕТ1003 в экспериментальной технике / А.Д. Волков // Прикладная физика. – №4. – 2011, – С. 116–120.
58. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
59. Кестер У. Аналого-цифровое преобразование / У. Кестер. – М.: Техносфера, 2007. – 1016 с.
60. Сергиенко В.П. Вибрация и шум в нестационарных процессах трения / В.П. Сергиенко, С.Н. Бухаров. – Минск: Белорусская наука, 2012. – 346 с.
61. Литвиненко, В. П. Марковские модели радиосигналов / В. П. Литвиненко, Ю. В. Литвиненко // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2008. – Т. 4. – № 12. – С. 37–39.
62. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая / Б.Р. Левин. – М.: Советское радио, 1969. – 752 с.
63. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга вторая / Б.Р. Левин. – М.: Советское радио, 1968. – 504 с.
64. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи / Р. Фано. – М.: Мир, 1965. – 440 с.
65. Кудряшов Б.Д. Теория информации / Б.Д. Кудряшов. – СПб.: Питер, 2009. – 320 с.
66. Чисар И. Теория информации / И. Чисар, Я. Кёрнер. – М.: Мир, 1985. – 400 с.
67. Галагер Р. Теория информации и надежная связь / Р. Галагер. – М.: Советское радио, 1974. – 720 с.
68. Сейдж Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
69. Кульбак С. Теория информации и статистика / С. Кульбак. – М.: Наука, 1967. – 408 с.
70. Губочкин И.В. Кластеризация авторегрессионных моделей речевых сигналов по критерию минимума информационного рассогласования Кульбака –

Лейблера / И.В. Губочкин, Карпов И.В. // Информационно-управляющие системы. – Вып. № 5 (66). – 2013. – С. 34–42.

71. Кендалл М. Теория распределений / М. Кендалл, А. Стюарт. – М.: Наука, 1966. – 588 с.

72. Кендалл М. Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стюарт. – М.: Наука, 1973. – 901 с.

73. Фурман Я.А. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений / Я.А. Фурман, А.Н. Юрьев, В.В. Яншин. – Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1992. – 248 с.

74. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Симрнз. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.

75. Беркинблит М.Б. Нейронные сети / М.Б. Беркинблит. – М.: МИРОС, 1993. – 95 с.

76. Николенко С.И. Самообучающиеся системы / С.И. Николенко, А.Л. Тупльев. – М.: МЦНМО, 2009. – 288 с.

77. Саттон Р.С. Обучение с подкреплением / Р.С. Саттон, Э.Г. Барто. – М.: Бином, 2014. – 399 с.

78. Программа формирования матриц переходных вероятностей / Калинин М.Ю. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619251, 02.8.2018. Заявка № 2018616464 от 13.06.2018.

79. Программа классификации информационных сигналов / Калинин М.Ю. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018618911, 23.07.2018. Заявка № 2018616495 от 13.06.2018.

80. Кнут Дональд Э. Искусство программирования. Изд. 3-е / Дональд Э. Кнут. – М.: Вильямс, 2000. – 832 с.

81. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании. Выпуск 2/ Дж. Клейнен. – М.: Статистика, 1978. – 335 с.

82. Кельтон В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. – СПб.: Питер, Издательская группа BHV, 2004. – 867 с.

83. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Советское радио, 1971. – 328 с.
84. Литвиненко В.П. Моделирование случайных процессов: учебное пособие / В.П. Литвиненко, О.В. Чернояров. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017. – 175 с.
85. Калинин М.Ю. Аспекты применения марковских моделей информационных сигналов при разработке устройств имитации информационных сигналов / А.Н. Глушков, М.Ю. Калинин // Охрана, безопасность, связь – 2017 : сборник материалов международной научно-практической конференции. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2017. № 1-1. – С. 272-276.
86. Глушков А.Н., Калинин М.Ю., Литвиненко В.П., Литвиненко Ю.В. Цифровой имитатор случайных сигналов // Патент России №2690780 от 5.06.2019. Бюл. № 16.
87. Jeruchim M. Simulation of Communication Systems. Modeling, Methodology, and Techniques. Second Edition. / Michel C. Jeruchim, Philip Balaban, K. Sam Shanmugan. Kluwer academic publishers, 2000. – 937 p.
88. Digital simulator of a random process using Markov model. / Glushkov A.N., Kalinin M.Y., Litvinenko V.P., Litvinenko Y.V. // Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1479 (2020).
89. Цифровая имитация случайных сигналов с заданными статистическими свойствами / Глушков А.Н., Калинин М.Ю. // Вестник Воронежского института МВД России, 2018. № 4. – С. 43-50.
90. Jori S. Product-Form Solutions for a Class of Structured Multidimensional Markov Processes. / S. Jori, A. Ivo, J. Leeuwaarden // SIAM Journal on Applied Mathematics, 2013. – Vol. 74(3). – pp. 844–863.
91. Jori S. Analysis of structured multi-dimensional Markov processes. / S. Jori 2017. 242 P. – https://pure.tue.nl/ws/files/76305208/20170927_Selen.pdf
92. Ivo A. A multi-server queueing model with locking. / Adan, Ivo et al. // *Eur. J. Oper. Res.* 1999, Vol. 116, Issue 2, pp. 249-258.

93. Abate J. Transient Behavior Of The M/g/1. / Abate J. W. Ward // Workload Process. Operations Research. 2000. – <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.42.4.750>.
94. Ching, WK., Siu, T.K., Li, Lm. et al. Modeling Default Data Via an Interactive Hidden Markov Model. Comput. Econ., 2009. Vol. 34, pp. 1–19. – <https://doi.org/10.1007/s10614-009-9183-5>.
95. Ching WK., Fung E.S., Ng M.K. (2004) Building Genetic Networks for Gene Expression Patterns. In: Yang Z.R., Yin H., Everson R.M. (eds) // Intelligent Data Engineering and Automated Learning – IDEAL 2004. Lecture Notes in Computer Science, vol. 3177. Springer, Berlin, Heidelberg. – https://doi.org/10.1007/978-3-540-28651-6_3.
96. Ahmed, Ahmed & Salim, Naomie. (2016). Markov Chain Recommendation System (MCRS). International Journal of Novel Research in Computer Science and Software Engineering. 3. 11-26. https://www.researchgate.net/publication/289916122_Markov_Chain_Recommendation_System_MCRS.
97. Ching wai Ki, Fung E., Ng M. Higher-order Markov chain models for categorical data sequences. Naval Research Logistics (NRL). 2004. Vol. 51. pp. 557-574. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nav.20017>.
98. Ching Wai-Ki, Ng M., Fung E. Higher-order multivariate Markov chains and their applications. Linear Algebra and its Applications. 2008. Vol. 428. pp. 492-507. – <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0024379507002169?via%3Dihub>.
99. Ching Wai-Ki, Zhang Shu-Qin, Ng Michael. On Multi-dimensional Markov chain models. 2007. – https://www.researchgate.net/publication/228374769_On_Multi-dimensional_Markov_chain_models
100. Gaussian signals simulation using biconnected markov chain / Glushkov A.N., Menshikh V.V., Khohlov N.S., Bokova O.I., Kalinin M.Y. // В сборнике: 2nd International Ural Conference on Measurements (URALCON) Proceedings. 2017. – P. 245-250.
101. Цифровой имитатор случайного процесса на основе марковской мо-

дели / Глушков А.Н., Калинин М.Ю., Литвиненко В.П., Литвиненко Ю.В. // В сборнике: Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. Сборник трудов Международной научно-технической конференции. ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет». 2020. – С. 760-767.

102. Random signal digital simulator based on its double chain markov model / Chernoyarov O.V., Glushkov A.N., Kalinin M.Y., Myat San K., Litvinenko V.P. // IAENG International Journal of Computer Science. 2021. – Т. 48. – № 4. С. 29.

103. Возможности использования марковской модели для статистического описания дифференциальной ритмограммы / Глушков А.Н., Калинин М.Ю., Литвиненко Ю.В. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2019. № 3 (43). – С. 22-28.

104. Марковская модель ритмограммы / А.Н. Глушков, М.Ю. Калинин, Ю.В. Литвиненко // В сборнике: Интеллектуальные информационные системы. – Воронеж : ВГТУ. – 2016. – С. 127-131.

105. Статистические характеристики дифференциальной ритмограммы / Глушков А.Н., Калинин М.Ю., Литвиненко Ю.В. // В сборнике: Интеллектуальные информационные системы. Воронеж, ВГТУ. 2016. – С. 194-198.

106. Markov model based mathematical representation of radio signals / Glushkov A.N., Menshikh V.V., Khohlov N.S., Bokova O.I., Kalinin M.Y. // В сборнике: 2nd International Ural Conference on Measurements (URALCON) Proceedings . 2017. – P. 239-244.

107. Исследование цифрового алгоритма когерентной демодуляции двоичных фазоманипулированных сигналов / Калинин М.Ю., Глушков А.Н. // В сборнике: Общественная безопасность, законность и правопорядок в III тысячелетии. Воронеж, ВИ МВД России. 2016. № 1-2. – С. 132-137.

108. Калинин М.Ю. Двумерная обобщенная вероятностная модель радиосигналов / М.Ю. Калинин // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2021. – №1 (36). – С. 16-18.

109. Калинин М.Ю. Энтропийные оценки решающих статистик алгоритма

классификации случайных процессов / М.Ю. Калинин, О.Н. Чопоров // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2020. – Т.8. – №4 (31). – С. 15-16.

110. Калинин М.Ю. Обучение алгоритма классификации случайного процесса / М.Ю. Калинин, О.Н. Чопоров // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2021. – № 1 (36). – С. 19-22.

111. Аналитическая двумерная вероятностная модель радиосигнала / Д.А. Глушков, М.Ю. Калинин, Ю.В. Литвиненко // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19. – № 1. – С. 57-61.

112. Классификация случайных сигналов на основе их двухсвязных марковских моделей / М.Ю. Калинин, О.Н. Чопоров, А.М. Бонч-Бруевич // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2022; 10(3). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1222> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.38.3.017.

113. Калинин М.Ю. Управление процессом и разработка системы принятия решений классификации информационных сигналов на основе марковских моделей, Осама Адил Рахим, М.Ю. Калинин, Д.И. Мутин // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2024; 12(2). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1543> DOI: 10.26102/2310-6018/2024.45.2.001.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Программа моделирования процедуры обучения

$M := 62$ $i := 1..M$ $j := 1..M$ $r1 := -0.4$ $r2 := -0.6$ $s := 2$ $a := 0$

Модель АЦП

$d := \frac{20}{M}$ $d = 0.323$ $m := 0..M+1$ $s_m := -10 + m \cdot d$

$c_{M+2} := 10.5$ $c^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	
0		-10	-9.677	-9.355	-9.032	-8.71	-8.387	-8.065	-7.742

$w(x, y, r) := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot s^2 \cdot \sqrt{1-r^2}} \cdot \exp \left[-\frac{(x-a)^2 + (y-a)^2 + 2 \cdot r \cdot (x-a) \cdot (y-a)}{2 \cdot s^2 (1-r^2)} \right]$ Плотность вероятностей

$p(r) :=$

for $i \in 0..M+1$ for $j \in 0..M+1$ $p_{i,j} \leftarrow \frac{\int_{c_i}^{c_{i+1}} \int_{c_j}^{c_{j+1}} w(x, y, r) \, dy \, dx}{\int_{c_i}^{c_{i+1}} \int_{c_0}^{c_{M+2}} w(x, y, r) \, dy \, dx}$	Модель $p1 := p(r1)$ $p2 := p(r2)$ $F1 :=$ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px;">for $i \in 0..M+1$ for $j \in 0..M+1$ $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^j p1_{i,k}$</td><td style="padding: 5px; vertical-align: middle;">f</td></tr></table>	for $i \in 0..M+1$ for $j \in 0..M+1$ $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^j p1_{i,k}$	f
for $i \in 0..M+1$ for $j \in 0..M+1$ $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^j p1_{i,k}$	f		

Выборки отсчетов

$F2 :=$

for $i \in 0..M+1$ for $j \in 0..M+1$ $f_{i,j} \leftarrow \sum_{k=0}^j p2_{i,k}$	f
--	---

$L := 2^{16}$ $n := 0..L-1$

$x1 := X1(L)$ $x2 := X2(L)$

$kk := 0..10$

$X1(LL) :=$

$i \leftarrow 0$ $x_0 \leftarrow \frac{M}{2}$ for $n \in 1..LL-1$ $a \leftarrow \text{rnd}(1)$ $j \leftarrow 0$ while $F1_{i,j} < a$ $j \leftarrow j+1$ $x_n \leftarrow j$ $i \leftarrow j$	x
---	---

$X2(LL) :=$

$i \leftarrow 0$ $x_0 \leftarrow \frac{M}{2}$ for $n \in 1..LL-1$ $a \leftarrow \text{rnd}(1)$ $j \leftarrow 0$ while $F2_{i,j} < a$ $j \leftarrow j+1$ $x_n \leftarrow j$ $i \leftarrow j$	x
---	---

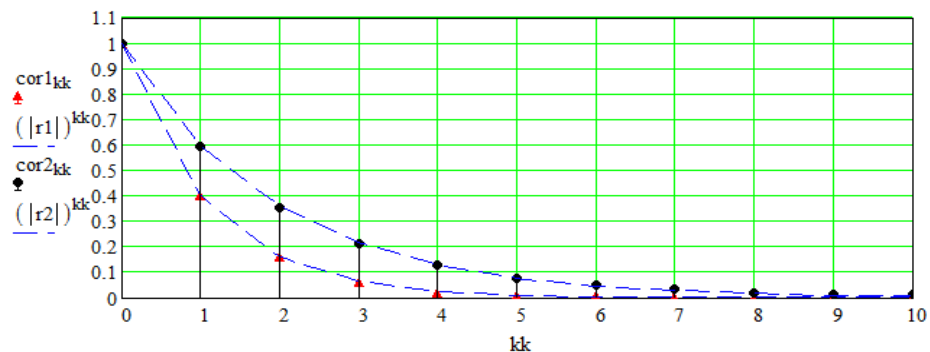
$cor1 :=$

for $k \in 0..10$ for $n \in 0..L-11$ $z_n \leftarrow x1_n$ for $n \in 0..L-11$ $y_n \leftarrow x1_{n+k}$ $cc_k \leftarrow \text{corr}(z, y)$	cc
--	----

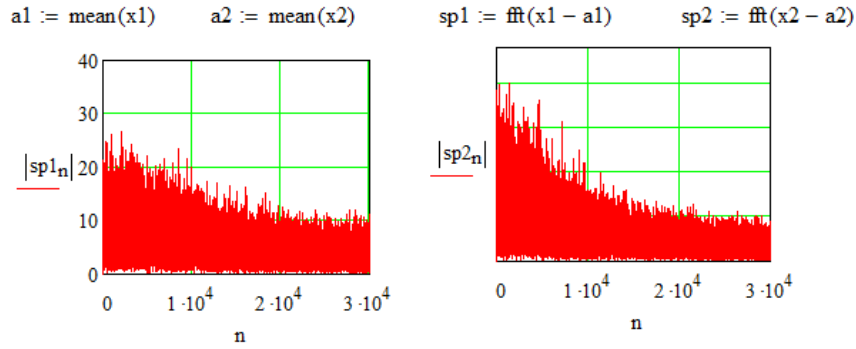
$cor2 :=$

for $k \in 0..10$ for $n \in 0..L-11$ $z_n \leftarrow x2_n$ for $n \in 0..L-11$ $y_n \leftarrow x2_{n+k}$ $cc_k \leftarrow \text{corr}(z, y)$	cc
--	----

Корреляционная функция



Спектры



Числа переходов

```

И(x, LL) :=
  for i ∈ 0..M + 1
    for j ∈ 0..M + 1
      li, j ← 1
    a ← x0
    for n ∈ 1..LL - 1
      b ← xn
      la, b ← la, b + 1
      a ← b
  1

```

Переходные вероятности

```

PP(y) :=
  for i ∈ 0..M + 1
    a ← ∑j=0M+1 yi, j
    for j ∈ 0..M + 1
      ppi, j ←  $\frac{y_{i, j}}{a}$ 
  PP

```

$\underline{K} := 50$ $\underline{KK} := 50$ $\text{NOB} := 400$ Объем обучающей выборки $L0 := 10$

Вероятность ошибок

```

P1 :=
  u ← 0
  for k ∈ 0..K - 1
    y1 ← И(X1(NOБ), NOБ)
    y2 ← И(X2(NOБ), NOБ)
    p1 ← PP(y1)
    p2 ← PP(y2)
    for kk ∈ 0..KK - 1
      yy1 ← И(X1(L0), L0)
      yy2 ← И(X2(L0), L0)
      DL ← 0
      q ← 0
      while |DL| < 3
        q ← q + 1
        И1 ← ∑i=0M+1 ∑j=0M+1 (yy1i, j · p1i, j)
        И2 ← ∑i=0M+1 ∑j=0M+1 (yy1i, j · p2i, j)
        DL ← И2 - И1
        yy1 ← yy1 + И(X1(q·L0), q·L0)
        yy2 ← yy2 + И(X2(q·L0), q·L0)
      u ← u + 1 if DL < 0
  u

```

Обучающие выборки

Классифицируемые выборки

$P1 = 289$ $\frac{P1}{K \cdot KK} = 0.116$ Вероятность ошибки

ПРИЛОЖЕНИЕ Б**Акты внедрения**

директор
РУНЦ «Безопасность»
МГТУ им. Н.Э. Баумана



«» декабря 2024 г. М.П. Сычев

АКТ

внедрения результатов диссертационного исследования
Калинина Максима Юрьевича

на тему: «Марковские модели и алгоритмы классификации
информационных сигналов с многомерными вероятностными свойствами»
представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Комиссия в составе: председателя — заместителя директора РУНЦ «Безопасность» МГТУ им Н.Э. Баумана, к.т.н., доцента Е.В. Вайц; членов комиссии: инженера 1-й категории к.т.н. А.М. Бонч-Бруевича, ведущего научного сотрудника к.т.н. А.В. Астрахова составила акт о том, что результаты диссертационного исследования М.Ю. Калинина на тему: «Марковские модели и алгоритмы классификации информационных сигналов с многомерными вероятностными свойствами» были внедрены в работы, выполняемые РУНЦ «Безопасность».

Председатель комиссии:



Е.В. Вайц

Члены комиссии:

А.М. Бонч-Бруевич

А.В. Астрахов





ООО «КАСКАД»

ИНН/ОГРН 7723423667/5157746177375
 тел.: 8 (495) 710-71-61, e-mail: info@kaskadsb.ru
 109444, г. Москва, ул. Ферганская, д.2 к.2, оф.7
 Тел. 8-495-710-72-73

УТВЕРЖДАЮ
 Генеральный директор
 ООО «КАСКАД»



Б.С. Осипов

«20» декабря 2023 г.

№ _____

АКТ

внедрения результатов диссертационного исследования

Калинина Максима Юрьевича

на тему: «Марковские модели и алгоритмы классификации
 информационных сигналов с многомерными вероятностными свойствами»
 представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук

Комиссия в составе: председателя – научно-технического консультанта, д.т.н., профессора О.И. Боковой; членов комиссии: главного инженера - начальника отдела информационного и технического обеспечения Д.М. Гусева, начальника производственного отдела М.В. Ковалёва составила акт о том, что результаты диссертационного исследования М.Ю. Калинина на тему: «Марковские модели и алгоритмы классификации информационных сигналов с многомерными вероятностными свойствами» были внедрены в работу ООО «КАСКАД».

Председатель комиссии:
 научно-технический консультант

О.И. Бокова

Члены комиссии:
 главный инженер - начальник отдела информационного
 и технического обеспечения

Д.М. Гусев

начальник производственного отдела

М.В. Ковалёв



АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Калинина Максима Юрьевича «Марковские модели и алгоритмы классификации информационных сигналов с многомерными вероятностными свойствами»

Настоящий акт составлен в том, что на основании исследований, проведенных автором, разработанные математические модели случайных процессов, алгоритмы классификации информационных сигналов, процедуры их обучения, алгоритмы имитации случайных сигналов с заданными вероятностными свойствами используются в образовательном процессе при изучении дисциплин: «Теория информационных процессов и систем» направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и «Беспроводные сетевые технологии» направления подготовки 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника».

Руководитель направления «Информатика и
вычислительная техника»,
д.т.н., профессор

А.И. Преображенский